

# Nowoczesne metody i narzędzia

---

w inżynierii produkcji i zarządzaniu

AGH



**AGH** WYDAWNICTWA AGH  
KRAKÓW 2021



# Nowoczesne metody i narzędzia

---

w inżynierii produkcji i zarządzaniu

Redakcja naukowa:  
Marek Dudek



WYDAWNICTWA AGH  
KRAKÓW 2021

Wydawnictwa Akademii Górniczo-Hutniczej im. Stanisława Staszica w Krakowie

© Wydawnictwa AGH, Kraków 2021

ISBN 978-83-66727-19-9

e-ISBN 978-83-66727-20-5

Dyrektor Wydawnictw AGH: *Jan Sas*

Komitet Naukowy Wydawnictw AGH:

*Marek Gorgoń* (przewodniczący)

*Barbara Gąciarz*

*Elżbieta Pamuła*

*Bogdan Sapiński*

*Stanisław Stryczek*

*Tadeusz Telejko*

Redakcja naukowa:

*dr hab. inż. Marek Dudek, prof. AGH*

*AGH Akademia Górniczo-Hutnicza w Krakowie*

Recenzenci:

*dr hab. inż. Piotr Łebkowski, prof. AGH*

*dr hab. inż. Agnieszka Makara, prof. PK*

Redakcja: *Monika Filipek*

Skład komputerowy: *Munda Maciej Torz*

Projekt okładki i strony tytułowej: *Alicja Pronobis*

---

Wydawnictwa AGH

al. A. Mickiewicza 30, 30-059 Kraków

tel. 12 617 32 28, 12 636 40 38

e-mail: [redakcja@wydawnictwoagh.pl](mailto:redakcja@wydawnictwoagh.pl)

<http://www.wydawnictwoagh.pl>

---

## Spis treści

Przedmowa.....	5
Grzegorz Ginda <i>Z kim podjąć współpracę? Zastosowanie analizy skupień .....</i>	9
Waldemar Kaczmarczyk <i>Planowanie partii produkcyjnych w przemyśle spożywczym .....</i>	23
Marek Magiera (†) <i>Hierarchiczna metoda reharmonogramowania montażu w liniach montażowych bez buforów .....</i>	35
Aleksandra Latos, Jerzy Mikulik <i>Hybrydowa koncepcja sterowania parkingiem ze zmienną konfiguracją .....</i>	49
Grzegorz Ginda <i>Przydatność porządkowej, nierozmytej oceny we współczesnej analizie decyzji .....</i>	69
Gracjan Chrobak <i>Planowanie przychodów ze sprzedaży w ramach analizy regresji wielorakiej na przykładzie Grupy Kapitałowej PKP Cargo SA .....</i>	87
Aleksander Iwaszczuk, Zoriana Dvulit, Jarosław Baran <i>Badanie wpływu czynników gospodarczych USA na rynek złota.....</i>	101
Magdalena Murdzek, Maria Richert, Rafał Hubicki <i>Wskaźnik efektywności OEE w systemie produkcji gniazdowej .....</i>	119
Andrzej Jamróż, Mikołaj Wiktor <i>Wady i zalety użytkowania samochodów osobowych w zależności od stosowanego napędu .....</i>	129



# PRZEDMOWA

Przedmiotem przekazanej Szanownemu Czytelnikowi monografii jest szeroko rozumiana inżynieria produkcji. Stanowi ona zbiór wybranych przemyśleń autorów zebranych w kontekście nieustannie zachodzących zjawisk związanych z inżynierskim podejściem do zarządzania. Jej podstawowym celem jest zaprezentowanie osiągnięć polskich i zagranicznych ośrodków naukowych oraz perspektyw rozwojowych i kierunków badań.

Uwarunkowania współczesnego rynku stawiają przedsiębiorstwom produkcyjnym coraz większe wymagania w obszarze wytwarzanych wyrobów, świadczonych usług, a także w obszarze podejmowania decyzji. W związku z tym konieczne jest ciągle prowadzenie badań w zakresie istniejących rozwiązań, z zastosowaniem określonych metod i narzędzi, które dostarczą niezbędnych informacji o funkcjonowaniu dotychczasowego rozwiązania i wskażą kierunki dalszych działań. Z tego też powodu coraz częściej spotyka się w literaturze nowe metody, narzędzia i techniki, których wykorzystywanie wpływa w efekcie na lepszą jakość produktów, obniżkę kosztów własnych czy skrócenie czasu realizacji procesów.

Monografia prezentuje ogólny wgląd w inżynierskie metody, narzędzia i techniki doskonalenia procesów zachodzących w przedsiębiorstwach przemysłowych. Jest syntezą zagadnień związanych ze wspomaganiem procesów podejmowania decyzji z wykorzystaniem zarówno nowych, jak i znanych metod i narzędzi. Składa się ona z dziewięciu rozdziałów ułożonych zgodnie z praktycznymi obszarami wykorzystywania opisanych metod i narzędzi.

W rozdziale autorstwa G. Gindy pt. *Z kim podjąć współpracę?*... opisano możliwości zastosowania analizy skupień do rozpoznawania problemów decyzyjnych oraz do bezpośredniego wspomagania wyboru właściwych wariantów decyzji. Jej zastosowanie pozwala na identyfikację wariantów decyzji, które są najbardziej podobne do rozpatrywanego wieloatrybutowego wzorca, a także na dostarczanie dodatkowej wiedzy o rzeczywistym stopniu zróżnicowania charakteru wariantów decyzji i łączących je relacji. Zamieszczony w rozdziale przykład potwierdza przydatność tego narzędzia we wspomaganiu rozwiązywania typowego zagadnienia wieloatrybutowej analizy decyzji, polegającego na wyborze właściwego jej wariantu.

W rozdziale autorstwa W. Kaczmarczyka zaprezentowano wybrane zadania planowania partii produkcyjnych w zakładach wytwarzających żywność. Opisano w nim podstawowe modele, wyjaśniono różnice pomiędzy nimi w kontekście przebiegu procesów produkcyjnych o ograniczonej zdolności produkcyjnej, z długimi i kosztownymi operacjami przezbrajania maszyn. Ze względu na wysokie koszty, szczególnie przezbrajania (mycia) maszyn, zależne od kolejności wykonywanych partii oraz nietrwałość produktów, dobór właściwych metod planistycznych jest bardzo ważny, a modele są zróżnicowane i trudne do rozwiązania.

Rozdział autorstwa M. Magiery (†) poświęcono zagadnieniom reharmonogramowania, czyli aktualizowania pierwotnego harmonogramu w związku ze zmianami warunków realizacji procesu produkcyjnego. Zaproponowano w nim dwupoziomą metodę reharmonogramowania bez użycia buforów międzyoperacyjnych. Ta metoda heurystyczna przeznaczona jest do wyznaczania najkrótszych harmonogramów o znacznych rozmiarach w relatywnie krótkim czasie. Jej wykorzystanie przyczyniło się do lepszego odzwierciedlenia rzeczywistości w zbudowanych modelach matematycznych, a także do skrócenia czasu aktualizacji harmonogramu pierwotnego, co zostało potwierdzone opisanymi eksperymentami.

A. Latos i M. Mikulik przedstawiają nowatorską hybrydową metodę podnoszenia wydajności układu parkingowego, łączącą w sobie dwie funkcjonalności: przydzielanie miejsca parkingowego w czasie rzeczywistym i ciągłą rekonfigurację przepustowości. Może być ona wykorzystywana do bieżącego zarządzania powierzchniami parkingowymi, które szczególnie w obszarach miejskich, są dobrem deficytowym. Metoda pozwala na przydzielanie priorytetów miejsc i określanie ich wielkości w zależności od zmiennych parametrów systemowych, tak aby uzyskać jak największą przepustowość parkingu i jak największą chwilową liczbę miejsc parkingowych. Celem weryfikacji praktycznej metody wybrano i opisano przykładowe trzy scenariusze związane z doбором konfiguracji parkingu na podstawie rzeczywistych danych liczbowych.

W rozdziale autorstwa G. Gindy pt. *Przydatność porządkowej...* opisano koncepcję wykorzystania porządkowej nierozmytej oceny wspomagania procesu podejmowania decyzji przy uwzględnieniu niedoskonałego charakteru dostępnej informacji. Podejmowanie decyzji w warunkach pewności jest trywialne, natomiast w praktyce gospodarczej bardzo rzadko dysponuje się kompletną informacją w momencie podejmowania decyzji. W tym rozdziale porządkowe skale ocen jakości podejmowanych decyzji zastąpiono skalami zmodyfikowanymi – przy użyciu liczb rozmytych. Rozważania teoretyczne zilustrowano, modyfikując skale dwóch popularnych metod analizy decyzji DEMATEL i AHP/ANP. W wyniku analiz ustalono, że taka zmiana sposobu wyrażenia poziomów porządkowej skali ocen nie tylko skutkuje istotnie bardziej złożonymi obliczeniami, ale również dodatkową wrażliwością na zastosowany sposób wyostrzania rozmytych rezultatów obliczeń.

G. Chrobak wykorzystał analizę regresji wielorakiej do planowania przychodów ze sprzedaży. Szacowanie przychodów jest zawsze obarczone błędem związanym z niepewnością otoczenia. Można te przychody szacować, analizując kolejne współczynniki liniowego modelu regresji wielorakiej. Powyższe szacowanie zrealizowano na przykładowym obiekcie badań. Po zbudowaniu odpowiedniego modelu i po właściwym doborze jego parametrów określono, na ile fluktuacje wolumenu sprzedaży mogą przełożyć się na wahania obrotów, a tym samym na wielkości przychodów.

A. Iwaszczuk, Z. Dvulit i J. Baran przy wykorzystaniu metod i narzędzi zarządzania przeanalizują wpływ wybranych czynników na cenę złota. Wykonana analiza jest przydatna przede wszystkim przedsiębiorstwom przemysłowym, które w swej bieżącej działalności produkcyjnej wykorzystują złoto i dla których cena jego zakupu stanowi istotny koszt produkcji. Na cenę mogą wpływać czynniki gospodarcze i polityczne, które należy uwzględniać w kształtowaniu polityki zakupowej. Anali-



za na przykładzie rynku amerykańskiego wykazała silną ujemną korelację między ceną surowca a oprocentowaniem obligacji i bonów skarbowych, dodatnią zależność pomiędzy ceną złota a polityką monetarną (wyrażoną w postaci agregatu monetarnego M2 USA) oraz stopą inflacji (wyrażoną indeksem CPI USA).

W rozdziale autorstwa M. Murdzek, M. Richert i R. Hubickiego opisano metodę określania tzw. efektywności wykorzystania parku maszynowego. Znajomość parametrów wyznaczanych w metodzie pozwala na skuteczniejsze planowanie prac na zasobach oraz na ich efektywniejsze wykorzystanie. Szczególną uwagę zwrócono na aspekt jakościowy, mający wpływ na wartość wskaźników oceny efektywności wykorzystania parku maszynowego. W wyniku analizy przypadku ustalono, że drogą do poprawy uzyskanych wyników oraz efektywnego wykorzystania metody jest szczególnie identyfikacja wszystkich rodzajów strat występujących w procesie produkcji oraz ich przyczyn. Niezbędne jest również zróżnicowanie wyrobów pod względem trudności wykonania i oszacowanie normatywnego czasu cyklu dla każdego z nich.

W rozdziale autorstwa A. Jamroza i M. Wiktora przedstawiono różnego rodzaju źródła napędu stosowane we współczesnej motoryzacji. Wykorzystując analizę porównawczą, zestawiono wady i zalety samochodów o różnych źródłach napędu, które mogą wpłynąć na proces podejmowania decyzji zakupowej. Przygotowana analiza pozwala na świadome podjęcie decyzji co do wyboru wariantu z uwzględnieniem efektywności, infrastruktury, kosztu, bezpieczeństwa i oddziaływania na środowisko.

Mając nadzieję na ciepłe przyjęcie monografii, chciałbym podziękować wszystkim autorom za ich wysiłek włożony w przygotowanie materiałów oraz za możliwość ich zaprezentowania w niniejszej publikacji. Pragnę podkreślić, że publikacja jest dziełem nie tylko teoretyków, ale i praktyków zarządzania, wnoszącym do nauki element weryfikacji, przenoszący na grunt praktyki gospodarczej nowe metody i narzędzia inżynierii produkcji. Ujęte w publikacji rozważania teoretyczne i praktyczne pozwalają ukazać złożoność poruszanej problematyki, a także jej wzajemną komplementarność.

Marek Dudek



# Z KIM PODJAĆ WSPÓŁPRACĘ? ZASTOSOWANIE ANALIZY SKUPIEŃ<sup>1</sup>

**Grzegorz GINDA**

AGH Akademia Górniczo-Hutnicza w Krakowie, Wydział Zarządzania, Katedra Zarządzania Strategicznego

**Streszczenie:** Analiza skupień stanowi uznane narzędzie analizy decyzji służące do grupowania obiektów. W rzeczywistości jego użyteczność nie ogranicza się do realizacji jedynie tego celu. Analiza skupień stanowi bowiem metodykę, za pomocą której można również skutecznie realizować inne cele analizy decyzji – wszechstronne rozpoznanie rozważanych problemów decyzyjnych oraz bezpośrednie wspomaganie wyboru właściwych wariantów decyzji. Ponieważ brakuje powszechnej świadomości tych możliwości, pracę poświęcono szczególnie interesującemu zastosowaniu analizy decyzji do bezpośredniego wspomagania wyboru.

**Słowa kluczowe:** analiza decyzji, analiza skupień, zastosowanie, wybór

## 1. Wprowadzenie

W praktyce działalności gospodarczej (i nie tylko tam) zachodzi konieczność podejmowana decyzji różnej wagi. Większość z nich ma zwykle mało złożony, rutynowy charakter. Wielowymiarowy (wielocelowy) charakter podejmowanych decyzji oraz dynamiczny i wielowymiarowy (ekonomiczny, społeczny, naturalny, polityczny etc.) charakter oddziaływań otoczenia przedsiębiorstwa sprawia jednak, że efekty nawet pozornie prostych decyzji bywają obciążone wysokim stopniem ryzyka i niepewności. Ponadto przynajmniej raz na jakiś czas (zwłaszcza w warunkach rozległego kryzysu, jaki spowodowała panująca obecnie pandemia) pojawia się konieczność podjęcia decyzji o spodziewanych dalekosiężnych (w sensie czasu i przestrzeni) skutkach. Odpowiedzialny wybór partnerów – współpracowników, kooperantów, instytucji – jest przykładem takiego rodzaju decyzji. Jej staranne przygotowanie wymaga bowiem wszechstronnego rozpoznania charakteru dostępnych opcji. Na szczęście istnieje – i jest wciąż rozwijana – analiza decyzji (Goodwin i Wright, 2016), dostarczająca odpowiednich narzędzi ułatwiających realizację takiego zadania.

Z uwagi na szczególną trudność powodowaną przez wielocelowy charakter podejmowanych decyzji szczególne miejsce w metodyce analizy decyzji zajmują metody

---

<sup>1</sup> Wydanie publikacji zostało sfinansowane przez Akademię Górniczo-Hutniczą im. Stanisława Staszica w Krakowie (subwencja na utrzymanie i rozwój potencjału badawczego).

analizy wielokryterialnej i wielowymiarowej (Ishizaka i Nemery, 2013; Greco i in., 2016; Nermend, 2017). Zasadniczo narzędzia takie pozwalają wspomagać analizę decyzji w podstawowych czterech kontekstach – rodzajach problematyki określanej czterema pierwszymi literami alfabetu greckiego (Roy, 2016):

- w kontekście wyboru ( $\alpha$ ),
- w kontekście sortowania (grupowania –  $\beta$ ),
- w kontekście rangowania ( $\gamma$ ),
- w kontekście opisu problemu decyzyjnego ( $\delta$ ).

Poszczególnym kontekstom wspomagania decyzji przypisano określone narzędzia, reprezentujące różne podejścia szczegółowe. Na przykład w odniesieniu do kontekstu rangowania opracowano szereg metod wykorzystujących:

- agregacyjne idee (Keeney i Raiffa, 1993) wieloatrybutowej wartości MAVT (przypadek podejmowania decyzji w warunkach pewności) oraz wieloatrybutowej użyteczności MAVT (przypadek podejmowania decyzji w warunkach ryzyka): SAW, SMART, SMARTER, AHP/ANP, MACBETH, REMBRANDT etc.;
- ideę przewyższania (*outranking*): część wariantów metody ELECTRE (ELECTRE II, ELECTRE III, ELECTRE IV) i PROMETHEE (PROMETHEE I, PROMETHEE II, PROMETHEE III, PROMETHEE GDSS) oraz metod pochodnych, np. QUALIFLEX, ORESTE, ARGUS, EVAMIX etc.;
- idee poziomów aspiracyjnych i odniesienia: TOPSIS, VIKOR etc.

Zauważmy, że metody rangowania dostarczają informacji, które na ogół w zupełności wystarczają do tego, by wskazać najlepszy spośród rangowanych obiektów. Dostępnych jest także szereg metod przeznaczonych do rozwiązywania zagadnień wyboru. Pośród nich wyróżniają się warianty metod wykorzystujących koncepcję przewyższania (ELECTRE I, ELECTRE IV, ELECTRE IS, PROMETHEE V).

W przypadku sortowania – grupowania obiektów – mamy do czynienia z dwoma możliwymi podejściami: sortowaniem wzorcowym (klasyfikowaniem obiektów) i bezwzorcowym (zwykle sortowanie). Podstawowych narzędzi do grupowania obiektów dostarcza szeroko rozumiana analiza skupień. Obejmuje ona taksonomię numeryczną (przypadek ilościowego wyrażania atrybutów obiektów) i taksonomię symboliczną (jakościowe wyrażanie atrybutów obiektów). Do grupowania obiektów wykorzystywanych jest również szereg narzędzi kojarzonych raczej z odmiennymi zastosowaniami, np. drążeniem danych (*data mining*). Do takich narzędzi należą m.in. analiza dyskryminacyjna, sztuczne sieci neuronowe, drzewa klasyfikacyjne i regresyjne, sieci bayesowskie, mapy samoorganizujące się (*self-organizing maps* – SOM) Kohonena, algorytmy genetyczne etc. (Larose i Larose, 2015). Problematyka sortowania została także objęta zakresem stosowania metod wykorzystujących ideę przewyższania. Przykładowo do rozdziału obiektów pomiędzy wcześniej określone klasy służy m.in. wariant *flow sort* metody PROMETHEE oraz ELECTRE Tri-B i ELECTRE Tri-C. W ostatnich dwóch metodach wykorzystywana jest informacja o uporządkowaniu klas, która bezpośrednio poszerza zakres ich stosowania o problematykę rangowania, a pośrednio – również o problematykę wyboru.

Warto również zaznaczyć, że praktyczną dostępność ww. narzędzi ułatwia ich obszerny opis oraz implementujące je oprogramowanie. Praktyczne informacje na ten temat można znaleźć w licznych publikacjach (Krzyśko, 1990; Kolenda, 2006; Gatnar i Walesiak, 2011; Borowik i Borowik, 2013; Ishizaka i Nemery, 2013; Larose i Larose, 2015; Greco i in., 2016).

Informacja o uporządkowaniu klas obiektów, wykorzystywana w przypadku obu wariantów metody ELECTRE Tri przeznaczonych do klasyfikacji wariantów decyzji, bazuje na pożądanym poziomie ich atrybutów. Zastosowanie takiej informacji daje więc także nadzieję na naturalne poszerzenie zakresu stosowania metod analizy skupień – co najmniej o problematykę wyboru. Dlatego w rozdziale zarysowano taką możliwość w odniesieniu do wskazania właściwych, ze względu na pożądaną charakterystykę, wariantów decyzji. Możliwość tę zilustrowano również przykładem zastosowania wybranych metod analizy skupień.

Z uwagi na ograniczony zakres pracy ograniczono się do przedstawienia zasad stosowania analizy skupień i ich zastosowania do wspomaganego wyboru do taksonomii numerycznej. Ilustracji możliwości zastosowania, również implementowanej na wiele różnych sposobów (Gatnar, 1998) taksonomii symbolicznej, warto bowiem poświęcić odrębną pracę.

## 2. Taksonomia numeryczna

Metody taksonomii numerycznej służą do wydzielenia grup – skupień obiektów, opisanych za pomocą zestawu atrybutów łatwo mierzalnych (mierzalnych, ilościowych). Do tego samego skupienia trafiają obiekty, które są najbardziej do siebie podobne, a jednocześnie najmniej podobne (najbardziej niepodobne) do obiektów tworzących pozostałe skupienia. Rolę miary podobieństwa obiektów w taksonomii numerycznej stanowi odległość między punktami reprezentującymi je w wielowymiarowej przestrzeni atrybutów, określaną w taksonomii numerycznej mianem cech.

W celu zwiększonej ilustracji wartości atrybutów grupowanych obiektów stosowana jest prostokątna macierz, zwana w przypadku wieloatrybutowej analizy decyzji macierzą decyzji. Jej kolejne wiersze odpowiadają kolejnym grupowanym obiektom, a kolejne kolumny – kolejnym atrybutom. W przypadku grupowania  $n$  obiektów, z których każdy opisany jest zestawem tych samych  $m$  atrybutów, składa się ona z  $n$  wierszy oraz  $m$  kolumn. Element  $x_{ij}$  tej macierzy wyraża więc wartość  $j$ -tego kolejnego atrybutu ( $j = 1, 2, \dots, m$ ) w odniesieniu do  $i$ -tego kolejnego obiektu ( $i = 1, 2, \dots, n$ ).

Poszczególne atrybuty zwykle reprezentują zróżnicowane wielkości, wyrażane za pomocą różnych jednostek. Mogą również wykazywać różny charakter (Kukuła, 2000): stymulanty (im wyższy poziom atrybutu, tym lepiej), destymulanty (im niższy poziom atrybutu, tym lepiej) lub nominanty (charakteryzujące się optymalnym poziomem atrybutu, skojarzonym z przedziałem lub pojedynczą wartością atrybutu). Dlatego przed przystąpieniem do obliczenia odległości między obiektami, wyrażającej ich podobieństwo, ich atrybuty sprowadzane są do stanu porównywalności.

Służą temu dwa działania:

1. sprowadzenie wszystkich atrybutów do jednolitej postaci – najczęściej stymulant,
2. normowanie atrybutów, polegające na sprowadzeniu zakresów ich wartości do określonego przedziału.

Powyższe działania można implementować na różne sposoby. Przykładowo Kolenda (2006) przytacza cztery możliwe sposoby przekształcenia stymulanty na destymulantę oraz proponuje dwa sposoby transformacji nominant do postaci stymulanty. W odniesieniu do normalizacji pokazuje ona ogólną, parametryczną formułę, wyrażającą unormowaną wartość  $j$ -tego kolejnego atrybutu  $i$ -tego kolejnego obiektu ( $x_{ij}$ ):

$$x_{ij}'' = \left( \frac{x_{ij} - A}{B} \right)^{p'} \quad (1)$$

gdzie:

- $A$  – parametr odpowiedzialny za skalę wartości cechy,
- $B$  – parametr odpowiedzialny za skalowanie wartości cechy (dzięki pozbyciu się jej miana),
- $p'$  – naturalnie liczbowy parametr, umożliwia uwzględnienie nieliniowego charakteru przekształcenia bezwzględnej wartości atrybutu w wartość unormowaną (przy  $p' > 1$ ).

Parametr  $A$  utożsamia się z wartością zerową, a także ze średnią, minimalną lub maksymalną wartością cechy w populacji rozpatrywanych obiektów. Repertuar wielkości reprezentowanych przez parametr  $B$  jest znacznie szerszy, gdyż – poza wartością średnią i ekstremalnymi wartościami cechy – obejmuje również sumę wartości, rozstęp oraz odchylenie standardowe cechy. W praktyce normowania cech jest zwykle stosowany model liniowy ( $p = 1$ ).

Szczególne miejsce wśród metod normowania cech zajmuje metoda unitaryzacji zerowanej (Kukuła, 2000). Dzięki jej zastosowaniu można bowiem zrealizować obydwa rodzaje działań prowadzących do doprowadzenia cech do stanu porównywalności.

W taksonomii numerycznej istnieje również możliwość uwzględniania zróżnicowania ważności cech. W tym celu należy przemnożyć unormowane wartości cech przez wagi  $w_j$ , wyrażające właśnie zróżnicowanie cech:

$$x_{ij}' = x_{ij}'' \cdot w_j \quad (2)$$

Wartości wag można ustalać na szereg różnych sposobów (Kolenda, 2006). Na ogół jednak ważenie cech nie jest stosowane w taksonomii numerycznej, m.in. ze względu na brak narzędzi umożliwiających obiektywne ustalanie wag cech. Przy tym warto zauważyć, że dla decydenta, podejmującego świadomie decyzję na podstawie subiektywnych przesłanek, niekoniecznie musi być to wadą.

Unormowane wartości cech  $x'_{ij}$  pozwalają wyrazić obiekty za pomocą ich reprezentantów – punktów w wielowymiarowej przestrzeni unormowanych  $m$  cech. Dzięki zastosowaniu takiej reprezentacji obiektów można zinterpretować różnice między nimi za pomocą dzielącej je odległości. Jej szacowaniu sprzyja mierzalny, z założenia, charakter cech. Dostępnych jest szereg różnych metryk. Jedną z najbardziej uniwersalnych jest parametryczna metryka Minkowskiego, wyrażająca odległość  $d_{ik}$ , dzielącą punkty reprezentujące  $i$ -ty kolejny obiekt i  $j$ -ty kolejny obiekt w następujący sposób:

$$d_{ik} = \left( \sum_{j=1}^m |x'_{ij} - x'_{kj}|^p \right)^{\frac{1}{p}} \quad (3)$$

Dzięki różnicowaniu wartości parametru  $p$  staje się możliwe wyrażanie za pomocą tego samego wzoru (2) szeregu specyficznych odległości: miejskiej ( $p = 1$ ), euklidesowej ( $p = 2$ ), Czebyszewa ( $p \rightarrow \infty$ ) etc. Metryka Minkowskiego jest także dostępna w wersji przeciętnej, uniezależniającej szacunek odległości od liczby cech opisujących obiekty:

$$d_{ik} = \left( \frac{1}{m} \cdot \sum_{j=1}^m |x'_{ij} - x'_{kj}|^p \right)^{\frac{1}{p}} \quad (4)$$

Zróżnicowanie metryk wyrażają formuły opisujące odległości między punktami obiektów w interpretacji: Braya–Curtisa (5), Canberra (6), Clarka (7) oraz łukową (8) i kątową (9).

$$d_{ik} = \frac{\sum_{j=1}^m |x'_{ij} - x'_{kj}|}{\sum_{j=1}^m |x'_{ij} + x'_{kj}|} \quad (5)$$

$$d_{ik} = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m \frac{|x'_{ij} - x'_{kj}|}{|x'_{ij} + x'_{kj}|} \quad (6)$$

$$d_{ik} = \sqrt{\frac{1}{m} \cdot \sum_{j=1}^m \left( \frac{x'_{ij} - x'_{kj}}{x'_{ij} + x'_{kj}} \right)^2} \quad (7)$$

$$d_{ik} = \sqrt{\frac{1 - \sum_{j=1}^m (x'_{ij} \cdot x'_{kj})}{\sum_{j=1}^m (x'_{ij})^2 \cdot \sum_{j=1}^m (x'_{kj})^2}} \quad (8)$$

$$d_{ik} = \arccos \left( \frac{\sum_{j=1}^m (x'_{ij} \cdot x'_{kj})}{\sqrt{\sum_{j=1}^m (x'_{ij})^2 \cdot \sum_{j=1}^m (x'_{kj})^2}} \right) \quad (9)$$

Do wyrażania odległości między punktami obiektów można także posłużyć się metryką Mahalanobisa, wykorzystującą specyficzne narzędzie statystyki – macierz kowariancji  $\mathbf{C}$ :

$$d_{ik} = \mathbf{z}^{(ik)} \mathbf{C}^{-1} \mathbf{z}^{(ik)\top} \quad (10)$$

przy tym  $\mathbf{z}^{(ik)}$  stanowi  $m$ -elementowy wektor różnic wartości cech ( $j = 1, 2, \dots, m$ ):

$$d_{ik} = x'_{ij} - x'_{kj} \quad (11)$$

Repertuar metryk stosowanych w przypadku taksonomii numerycznej uzupełniają semimetryki (miary odległości między punktami obiektów niewykazujące własności trójkąta), np. SCD (*squared chord distance*):

$$d_{ik} = \frac{1}{m} \cdot \sum_{j=1}^m (\sqrt{x'_{ij}} - \sqrt{x'_{kj}}) \quad (12)$$

Odległość między punktami reprezentującymi obiekty w wielowymiarowej przestrzeni cech jest proporcjonalna do różnic wartości ich cech. Większa różnica cech wiąże się więc z niższym stopniem podobieństwa obiektów. Dlatego w taksonomii numerycznej stopień podobieństwa obiektów jest interpretowany jako wielkość odwrotnie proporcjonalna do odległości punktów obiektów w wielowymiarowej przestrzeni cech.

Dzięki zastosowaniu odpowiedniej metryki można otrzymać odległości dzielące punkty każdego z dwóch spośród grupowanych obiektów. Komplet takich odległości pozwala zbudować kwadratową macierz odległości, złożoną z  $n$  wierszy i kolumn, odpowiadających kolejnym obiektom:

$$\mathbf{D} = [d_{ik}] \quad (13)$$

Macierz ta stanowi podstawę stosowania metod przeznaczonych do grupowania obiektów. Metody te wykorzystują zróżnicowane procedury grupowania obiektów. Można je dzielić, stosując następujące kryteria:

- możliwość uzyskania informacji o hierarchii skupień obiektów (podział na metody hierarchiczne i niehierarchiczne);
- kolejność działań (podział na metody aglomeracyjne – polegające na stopniowym łączeniu wszystkich obiektów w jedno wielkie skupienie, i podziałowe – związane ze stopniowym podziałem skupienia, grupującego wszystkie obiekty);
- fakt korzystania z algorytmów optymalizacyjnych (wydzielenie metod optymalizacyjnych – polegających na stopniowym ulepszaniu początkowego rozdziału obiektów między wstępnie przyjęte skupienia);
- wykorzystanie informacji o przestrzeni cech (wydzielenie metod obszarowych, grupujących obiekty na podstawie położenia reprezentujących je punktów w wydzielanych częściach wielowymiarowej przestrzeni cech).



Warto również zauważyć, że metryki odległości mają także zastosowanie w odniesieniu do szacowania podobieństwa całych skupień obiektów. Odległość dzielącą dwa skupienia obiektów można obliczać m.in. na podstawie:

- dystansu dzielącego dwa najbliższe punkty obiektów należących do odrębnych skupień; taki sposób określa się mianem metody **najbliższego sąsiedztwa** lub **pojedynczego wiązania** (*single linkage*);
- odległości dzielącej dwa najbardziej oddalone od siebie punkty obiektów należących do odrębnych skupień; sposób ten określany jest jako metoda **najdalszego sąsiedztwa** lub **pełnego wiązania** (*complete linkage*);
- średniej odległości dzielącej punkty obiektów należących do odrębnych skupień; sposób nosi nazwę metody **średnich połączeń** (*average linkage*); istnieje również ważony wariant tej metody, umożliwiający uwzględnienie zróżnicowania wielkości (liczebności) skupień;
- odległości dzielącej środki ciężkości skupień – metoda **środków ciężkości** (*centroid linkage*); podobnie jak w przypadku metody średnich połączeń jest ona także dostępna w wersji ważonej;
- wyników stosowania algorytmów optymalizacyjnych, implementowanych w optymalizacyjnych metodach analizy skupień;
- informacji o przestrzeni cech, wykorzystywanej w metodach obszarowych, grupujących obiekty na podstawie ich położenia w wydzielanych częściach wielowymiarowej przestrzeni cech.

Reasumując, taksonomia numeryczna dostarcza wielu różnych sposobów wyrażania podobieństwa obiektów opisanych zestawami atrybutów (łatwo) mierzalnych, sposobów wydzielania skupień obiektów i szacowania odległości między nimi. Z jednej strony bogactwo metryk oraz sposobów wydzielania i szacowania skupień daje możliwość zastosowania narzędzi najlepiej dostosowanych do konkretnych potrzeb, jednak z drugiej – może utrudniać wybór właściwych narzędzi. Ponadto, zwłaszcza w przypadku dużej liczby obiektów i ich cech oraz stosowania metod optymalizacyjnych, staje się konieczne wykonywanie żmudnych obliczeń. Na szczęście jest powszechnie dostępne oprogramowanie wyręczające nas w przeprowadzaniu takich obliczeń. Na przykład tego rodzaju oprogramowanie towarzyszy książce Kolendy (2006). Imponującą liczbę narzędzi taksonomii numerycznej dostarcza również dynamicznie rozwijający się system R Project for Statistical Computing (Kopczewska i in., 2017; Lander, 2018), dostępny bez ograniczeń w sieci Internet (<https://www.r-project.org>). Dzięki temu ostatniemu narzędziu można również wspomagać analizę wrażliwości, umożliwiającą eliminację problemu powodowanego bogactwem dostępnych narzędzi taksonomii numerycznej, gdyż ułatwia ono równoległe stosowanie wielu alternatywnych metryk i metod grupowania obiektów.

Do wskazania najlepszej struktury skupień obiektów można wykorzystać liczne mierniki ich jakości, zarówno odnoszące się do poszczególnych skupień (indywidualne), jak i do całej struktury skupień. Przykładowo Kolenda (2006) wymienia kilkadziesiąt takich mierników, nie zapominając przy tym o najbardziej uznanym pośród nich – **wskaźniku sylwetki** (*silhouette coefficient* – SC) Rousseeuwa (1987), który również zaimplementowano w systemie R Project for Statistical Computing. Zastosowanie różnych mierników stwarza odpowiednie warunki do istotnego dalszego

wzbogacenia analizy i wszechstronnej oceny rezultatów stosowania różnych narzędzi taksonomii numerycznej. Tym samym wydatnie przyczynia się ono do wskazania najlepszej możliwej struktury skupień.

### 3. Przykład obliczeniowy

W celu zilustrowania możliwości stosowania analizy skupień do wspomaganego wyboru wykorzystano zagadnienie doboru współpracownika. Załóżmy, że w warunkach kryzysu (na miarę takiego jak pandemia koronawirusa) przedsiębiorstwo zostało trwale pozbawione istotnego współpracownika (oznaczonego jako G). W celu ograniczenia skutków tej straty poszukuje więc nowego partnera, który mógłby z powodzeniem uzupełnić wakat.

Założmy, że każdego ze współpracowników przedsiębiorstwa opisuje zestaw pięciu najbardziej znaczących dla przedsiębiorstwa parametrów (atrybutów):

1. wiedza (Wi),
2. doświadczenie (Do),
3. potencjał rozwojowy (Pr),
4. kreatywność (Kr),
5. elastyczność (El).

Atrybuty te stanowią jednocześnie podstawę do oceny przydatności współpracowników.

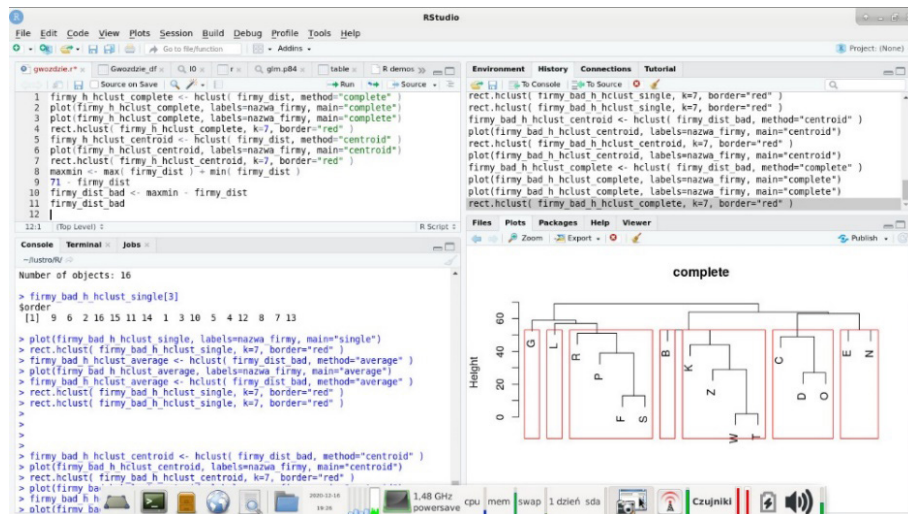
W wyniku rozpoznania możliwości współpracy przedsiębiorstwo zidentyfikowało 15 dostępnych potencjalnych nowych partnerów, których oznaczono literami: D, L, F, E, K, W, O, R, B, C, S, T, N, P i Z. W tabeli 1 zaprezentowano oszacowane poziomy parametrów odpowiadających zarówno dotychczasowemu współpracownikowi G, jak i jego potencjalnym następcom. W celach ilustracyjnych do identyfikacji skupień partnerów wykorzystano procedury systemu R Project for Statistical Computing oraz narzędzia ułatwiającego jego stosowanie – aplikacji R Studio (zob. rys. 1), także reprezentującej oprogramowanie FLOSS (Free and Libre Open Source Software).

Obliczenia wykonano dzięki zastosowaniu procedury *hclust*, stanowiącej komponent popularnego pakietu do grupowania obiektów *fastcluster* (Müllner, 2018) systemu R Project for Statistical Computing. Implementuje on podejście aglomeracyjne, polegające na stopniowym łączeniu w skupienia poszczególnych obiektów i ich wcześniej wydzielonych skupień. Za wyborem tej przykładowej procedury przemawia przede wszystkim jej uniwersalny charakter. Pozwala ona bowiem uwzględnić różne sposoby wyrażania podobieństwa obiektów. Cecha ta nie ogranicza się jednak wyłącznie do możliwości stosowania różnych metryk odległości obiektów w wielowymiarowej przestrzeni cech i rodzajów powiązań między skupieniami. Procedura *hclust* pozwala również na stosowanie specyficznego kryterium rozdziału obiektów między skupienia, zaproponowanego przez Warda (1963). Polega ono na minimalizacji zróżnicowania obiektów tworzących skupienia (wariancji skupień). Implementuje więc ona – w dwóch wariantach metody Warda (*Ward D1* i *Ward D2*) (Müllner, 2018) – również jedno z podejść optymalizacyjnych. Jednocześnie stanowi przykład podejścia hierarchicznego, ułatwiającego prezentację i interpretację wyników jej stosowania dzięki użyciu dendrogramu.

Tabela 1

Poziomy atrybutów wakatu i kandydatów na współpracowników

		Wi	Do	Pr	Kr	El
Wakat	G	5	7	2	3	4
	D	8	7	6	5	10
	L	4	5	3	1	8
	F	2	3	1	1	3
	E	3	3	2	2	2
	K	4	2	6	3	4
	W	10	4	8	10	3
	O	2	1	2	2	1
	R	4	2	6	2	1
	B	4	7	3	1	4
	C	5	5	3	4	2
	S	9	2	10	8	9
	T	1	1	1	1	7
Kandydat	N	5	8	4	2	3
	P	7	6	4	5	0
	Z	7	10	2	4	1

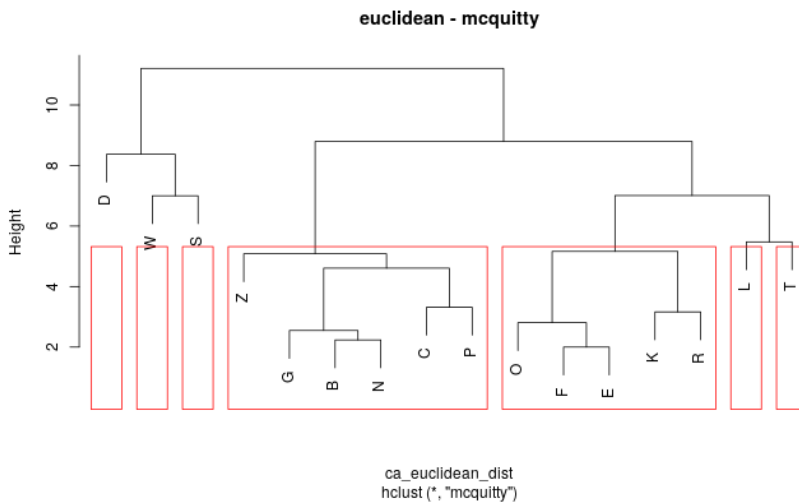


Rys. 1. Interfejs graficzny aplikacji R Studio

Uniwersalny charakter procedury wykorzystano w obliczeniach, stosując cztery różne metryki odległości w wielowymiarowej przestrzeni atrybutów obiektów (miejską, euklidesową, Czebyszewa, Canberra), sześć różnych sposobów wiązania

skupień, zaimplementowanych w procedurze *hclust* (pojedyncze, pełne, średnie, środków ciężkości, McQuitty’ego (1966)) oraz dwa warianty podejścia Warda (*Ward D1* i *Ward D2* (Müllner, 2018)). Przy tym warto nadmienić, że ze względów merytorycznych zastosowanie wiązania środka ciężkości i podejścia Warda ma sens jedynie w przypadku wyrażenia podobieństwa obiektów za pomocą metryki euklidesowej. W trakcie obliczeń wykorzystano więc jedynie 19 dopuszczalnych ze względów merytorycznych kombinacji poszczególnych metryk i sposobów wiązań. W celu uzyskania możliwości bezpośredniego porównania wyników zastosowania poszczególnych kombinacji metryk i sposobów wiązania skupień założono podział kandydatów na jednakową liczbę skupień. Ze względu na dążenie do ułatwienia interpretacji wyników ostatecznie zdecydowano – na podstawie znanej z psychologii zasady Millera (1956) – o podziale kandydatów na siedem skupień.

W rezultacie obliczeń dla każdej z kombinacji metryki i sposobu wiązania skupień otrzymano oddzielny dendrogram. Jeden z takich dendrogramów przedstawiono na rysunku 2. Odpowiada on kombinacji metryki euklidesowej oraz sposobowi wiązania skupień McQuitty’ego (1966). Zidentyfikowane skupienia obiektów zostały na nim wyróżnione czerwonymi ramkami. Z rysunku 2 wynika, że spośród wszystkich kandydatów najbardziej podobni do wakatu (a więc tworzący to samo skupienie) są wymienieni w kolejności podobieństwa: B, N, C, P i Z. W takiej też kolejności należy więc ich rozpatrywać podczas ostatecznego wyboru najbardziej odpowiedniego kandydata.



**Rys. 2.** Dendrogram i podział na skupienia dla metryki euklidesowej i wiązania McQuitty’ego

Wyniki wszystkich obliczeń zestawiono w tabeli 2. Zasygnalizowano tam również kolejność rozpatrywania kandydatów. Użyto przy tym znaku poziomej kreseczki do rozdzielenia skupień niższych i wyższych poziomów wchodzących w skład skupienia wakatu. Ostateczną identyfikację kolejności rozpatrywania kandydatów opar-

to na dwuetapowej procedurze. Na jej pierwszym etapie, na podstawie informacji o kolejności rozpatrywania kandydatów otrzymanej dla poszczególnych par metryk i sposobów wiązania skupień, zostają wskazani kandydaci najczęściej zajmujący czołowe pozycje. Informacja na ten temat została przedstawiona w ostatnim wierszu i ostatniej kolumnie tabeli 2, odpowiednio w kontekście zastosowania poszczególnych metryk (Najczęstsze 1) i sposobów wiązania skupień (Najczęstsze 2). Drugi etap polega na syntezie tych wskazań.

**Tabela 2**  
Wyniki obliczeń

Wiązanie	Metryka				Najczęstsze 2
	miejska	euklidesowa	Czebyszewa	Canberra	
Pojedyncze	<b>B-N-LC-E-FO-RK</b>	<b>-BN-C-P-O-EF-RK</b>	<b>-COPZ-BN-EF-K</b>	<b>N-BL-C-EOZ-F 5</b>	<b>BNC</b>
Średnich połączeń	<b>B-N-C-L</b>	<b>-BN-CP-Z</b>	<b>-BN-Z-PC</b>	<b>N-C-BL</b>	<b>BNC</b>
Pełne	<b>B-N</b>	<b>-BN</b>	<b>-BN-Z</b>	<b>N-C-BL</b>	<b>BN</b>
McQuitty'ego	<b>B-N-C-PZ</b>	<b>-BN-CP-Z</b>	<b>-BN-Z</b>	<b>N-C-Z</b>	<b>BNC</b>
Środka ciężkości	–	<b>-BN-C-O-FE-KR-P</b>	–	–	<b>BN</b>
Warda D1	–	<b>-BN</b>	–	–	<b>BN</b>
Warda D2	–	<b>-BN-Z-CP</b>	–	–	<b>BNC</b>
Najczęstsze 1	<b>BNC</b>	<b>BNCP</b>	<b>BNZ</b>	<b>NCBL</b>	<b>BNC</b>

Z informacji przedstawionych w ostatnim wierszu i ostatniej kolumnie tabeli 2 wynika, że niezależnie od wyboru metryki i sposobu wiązania skupień jako najlepsi stale wskazywani są kandydaci B i N. Dlatego to właśnie ich wybór należałoby ostatecznie rozważyć w pierwszej kolejności. Natomiast w przypadku braku możliwości nawiązania faktycznej współpracy z nimi należałoby jeszcze spróbować porozumieć się z kandydatem C, ponieważ niezależnie od zastosowanej metryki jest on stale obecny pośród najczęściej wskazywanych kandydatów. Ponadto stanowi on jedną z czołowych opcji w przypadku zastosowania większości sposobów wiązań skupień.

#### 4. Podsumowanie

Już samo podstawowe przeznaczenie analizy skupień, polegające na grupowaniu obiektów, które są najbardziej podobne do siebie, a zarazem najbardziej niepodobne do innych obiektów, sprawia, że jest ona powszechnie postrzegana jako uniwersalne narzędzie, które można stosować w różnych konfiguracjach (samodzielnie i jako uzupełnienie innych narzędzi) i dla realizacji szczególnych celów (eliminacja nadmiaru informacji, identyfikacja charakteru obiektów, drążenie danych – *data mining*, itp.).

Zamieszczony w pracy przykład poświadcza także przydatność tego narzędzia we wspomaganii rozwiązywania typowego zagadnienia wieloatrybutowej analizy decyzji, polegającego na wyborze właściwego wariantu decyzji.

Takiemu zastosowaniu sprzyja szereg cech metodyki analizy skupień. Po pierwsze wykorzystywanie przez nią pojęcia podobieństwa rozpatrywanych obiektów. Jego zastosowanie pozwala bowiem skutecznie wskazywać warianty decyzji, które są najbardziej podobne do rozpatrywanego wieloatrybutowego wzorca. Po drugie metodyka ta dostarcza licznych sposobów wyrażania podobieństwa (metryk) wariantów decyzji i sposobów ustalania podobieństwa (wiązań) ich skupień, a także różnych parametrycznych sposobów jej implementacji. Wykorzystanie tak zróżnicowanych możliwości sprzyja uniezależnieniu wyników zastosowania analizy skupień od wyboru określonego narzędzia i jego parametrów, dzięki niezależnemu użyciu wielu narzędzi. Po trzecie w odróżnieniu od typowego dla wieloatrybutowej analizy decyzji podejścia ukierunkowanie na identyfikację skupień wariantów najbliższych wzorcowi – zamiast na wskazanie jedynie pojedynczego wariantu decyzji – dostarcza dodatkowej wiedzy o rzeczywistym stopniu zróżnicowania charakteru wariantów decyzji i łączących je relacji. Pozyskanie takiej wiedzy wydatnie sprzyja świadomemu wyborowi właściwego wariantu, a jednocześnie pozwala określić właściwą kolejność rozpatrywania wariantów decyzji, które okazują się najbardziej podobne do założonego wzorca. Po czwarte dostępne są liczne uniwersalne narzędzia, w tym również ogólnodostępne i wieloplatformowe oprogramowanie FLOSS, implementujące (nierzadko bardzo złożone i żmudne) procedury analizy skupień, które pozwalają na szybkie wykonanie obliczeń i ilustrację ich rezultatów. Po piąte takie zastosowanie analizy skupień wydatnie wzbogaca metodykę analizy decyzji.

Warto również zauważyć konieczność uwzględniania atrybutów trudno mierzalnych w opisie współczesnych wariantów decyzji. W tym kontekście istotne uzupełnienie zilustrowanej w pracy metodyki taksonomii numerycznej stanowi taksonomia symboliczna. Analizie możliwości jej zastosowania do wieloatrybutowego wyboru warto więc poświęcić odrębną pracę.

## Literatura

- Borowik B., Borowik B., 2013: *Meandry programowania w języku R*, Oficyna Drukerska Zdzisław Spyra, Pszczyna.
- Gatnar E., 1998: *Symboliczne metody klasyfikacji danych*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
- Gatnar E., Walesiak M. (red. nauk.), 2011: *Analiza danych jakościowych i symbolicznych z wykorzystaniem programu R*, C.H. Beck, Warszawa, „Metody Ilościowe”.
- Goodwin P., Wright G., 2016: *Analiza decyzji*, Wolters Kluwer, Warszawa.
- Greco S., Ehr Gott M., Figueira J.R. (eds.), 2016: *State of the Multiple Criteria Decision Analysis Art Surveys*, Springer, New York.
- Ishizaka A., Nemery P., 2013: *Multi-Criteria Decision Analysis. Methods and Software*, Wiley, Chichester.

- Keeney R.L., Raiffa H., 1993: *Decisions with Multiple Objectives. Preferences and Value Tradeoffs*, Cambridge University Press, Cambridge, UK.
- Kolenda M., 2006: *Taksonomia numeryczna. Klasyfikacja, porządkowanie i analiza obiektów wielocechowych*, Akademia Ekonomiczna we Wrocławiu, Wrocław, „Prace Naukowe Akademii Ekonomicznej im. Oskara Langego we Wrocławiu”, nr 1106, „Monografie i Opracowania”, nr 140.
- Kopczewska K., Kopczewski T., Wójcik P., 2017: *Metody ilościowe w R. Aplikacje ekonomiczne i finansowe*, wyd. 2, CeDeWu, Warszawa.
- Krzyśko M., 1990: *Analiza dyskryminacyjna*, wyd. 2 zm., Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa, „Statystyka Matematyczna”, t. 3.
- Kukuła K., 2000: *Metoda unitaryzacji zerowanej*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa, „Biblioteka Ekonometryczna”.
- Lander J.P., 2018: *R dla każdego. Zaawansowane analizy i grafika statystyczna*, APN Promise, Warszawa.
- Larose D.T., Larose C.D., 2015: *Data Mining and Predictive Analytics*, Wiley, Hoboken, NJ.
- McQuitty L.L., 1966: *Similarity Analysis by Reciprocal Pairs for Discrete and Continuous Data*, Educational and Psychological Measurement, vol. 26, iss. 4, s. 825–831.
- Miller G.A., 1956: *The Magical Number Seven, Plus or Minus Two: Some Limits on Our Capacity for Processing Information*, The Psychological Review, vol. 63, iss. 2, s. 81–97.
- Müllner D., 2018: *The fastcluster package: User's manual*. Version 1.1.25, may 29, <https://cran.r-project.org/web/packages/fastcluster/fastcluster.pdf>. [5.01.2021].
- Nermend K., 2017: *Metody analizy wielokryterialnej i wielowymiarowej we wspomaganiu decyzji*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
- Rousseeuw P.J., 1987: *Silhouettes: a graphical aid to the interpretation and validation of cluster analysis*, Journal of Computational and Applied Mathematics, vol. 20, s. 53–65.
- Roy B., 2016: *Paradigms and Challenges*, [w:] Greco S., Ehrgott M., Figueira J. (eds.), *State of the Multiple Criteria Decision Analysis Art Surveys*, Springer, s. 19–39.
- Ward J.H. Jr., 1963: *Hierarchical Grouping to Optimize an Objective Function*, Journal of the American Statistical Association, vol. 58, iss. 301, s. 236–244.

## WHO TO COOPERATE WITH? THE APPLICATION OF CLUSTER ANALYSIS

**Summary:** Cluster analysis is a recognized decision analysis tool for grouping objects. In fact, its usefulness is not limited to just that. Cluster analysis is a methodology that can also be used to effectively achieve other goals of decision analysis – comprehensive recognition of the decision problems under consideration and direct support for the selection of appropriate solutions to decision problems. As there is no widespread awareness of these possibilities, the work was devoted to a particularly interesting application of decision analysis to direct selection support.

**Keywords:** decision analysis, cluster analysis, application, choice





# PLANOWANIE PARTII PRODUKCYJNYCH W PRZEMYSŁE SPOŻYWCZYM<sup>1</sup>

Waldemar KACZMARCZYK

AGH Akademia Górniczo-Hutnicza w Krakowie, Wydział Zarządzania, Katedra Zarządzania Strategicznego

**Streszczenie:** W tym rozdziale przedstawione są wybrane zadania planowania partii produkcyjnych w zakładach wytwarzających żywność. Nie stanowi on kompleksowego przeglądu literatury, lecz opisuje podstawowe modele, wyjaśnia różnice pomiędzy nimi, a także wskazuje podstawową literaturę dla osób zainteresowanych tą tematyką. Rozważane są tu procesy produkcyjne o ograniczonej zdolności produkcyjnej, z długimi i kosztownymi operacjami przebrajania maszyn. W rozdziale przedstawione są modele zarówno dla popytu stałego w długim horyzoncie czasu, jak i dla popytu zmiennego. Opisano specyficzne cechy takich modeli w przemyśle spożywczym, m.in. ograniczony okres trwałości produktów.

**Słowa kluczowe:** planowanie produkcji, sterowanie zapasami, przemysł spożywczy

## 1. Wprowadzenie

Procesy produkcyjne w przemyśle spożywczym mają szereg cech, które wyróżniają je wśród innych działów przemysłu, m.in. kosztowne i długotrwałe przebrojenia, polegające przeważnie na myciu maszyn i linii produkcyjnych; nietrwałe (psujące się) wyroby i wysokie wymagania jakościowe, wymuszane regulacjami prawnymi (Classen i Hendrix, 2014; Stefansdottir i in., 2017). Ze względu na niewielką liczbę kluczowych zasobów, dużą skalę produkcji oraz wysoki stopień wykorzystania zasobów systemy produkcyjne w tej branży są na ogół w wysokim stopniu zautomatyzowane, a w literaturze znaleźć można wiele przykładów zastosowania tzw. zaawansowanych systemów planowania (*advanced planning system* lub *advanced planning and scheduling* – APS), które wykorzystują naukowe i inżynierskie metody modelowania oraz podejmowania decyzji (Stadtler i Kilger, 2008).

Ten rozdział przedstawia podstawowe zadania i modele zaawansowanego planowania partii produkcyjnych wykorzystywane w zakładach produkujących żywność. Menedżerom może on pomóc zaklasyfikować zagadnienia planowania produkcji w ich firmach, a dla badaczy będzie wskazówką, jakie problemy mogą się pojawić

---

<sup>1</sup> Wydanie publikacji zostało sfinansowane przez Akademię Górniczo-Hutniczą im. Stanisława Staszica w Krakowie (subwencja na utrzymanie i rozwój potencjału badawczego).

w tej branży. Jest to tym ważniejsze, że ze względu na ogromną wartość sprzedaży i dużą liczbę firm, co ilustruje tabela 1, w przemyśle spożywczym jest wiele okazji do wdrożenia zaawansowanych metod planowania.

**Tabela 1**  
Produkcja żywności w Polsce w 2018 roku

<b>Wartość sprzedaży</b>	233,55 mld zł
<b>Eksport</b>	41%, czyli 94,68 mld zł
<b>Nakłady inwestycyjne</b>	7,22 mld zł
<b>Liczba zatrudnionych osób</b>	381,2 tys.
<b>Liczba firm w sektorze (powyżej 49 pracowników, GUS)</b>	1385

Źródło: Polska Agencja Inwestycji i Handlu SA (2018)

Przedstawione tu modele mogą znaleźć zastosowanie w wielu branżach przemysłu spożywczego (Claassen i Hendrix, 2014; Beck i in., 2020). Najwięcej jest publikacji o zastosowaniach przy produkcji wyrobów mleczarskich (m.in. Kopanos i in., 2011; Stefansdottir i in., 2017), m.in. jogurtu, lodów, mleka i miękkiego sera, a także napojów bezalkoholowych (m.in. Toledo i in., 2014). Sporo jest też publikacji o produkcji innych artykułów, np. piwa (Baldo i in., 2014) czy kiełbasy (Günther i in., 2006b).

W tym rozdziale najpierw przedstawione zostały najważniejsze cechy procesów produkcyjnych w przemyśle spożywczym, w szczególności operacje przezbrajania (czyszczenia) maszyn oraz nietrwałość produktów. Następnie omówiono modele dla produktów o zrównoważonym i wysokim popycie oraz modele dla produktów o popycie zmiennym w czasie.

Nie są tu natomiast uwzględnione zagadnienia planowania produkcji wyrobów, których okres trwałości jest na tyle krótki, że nie można produkować ich na zapas. Przykładem może być świeże pieczywo – jeżeli nie uda się go sprzedać w trakcie jednego dnia, to traci znacznie na wartości. Dlatego w każdym kolejnym okresie firmy starają się tak dobrać wielkość produkcji, by zaspokoiła ona popyt bieżącego okresu, a dokładniej – firmy minimalizują wartość oczekiwaną zarówno kosztów nadmiaru, jak i niedoboru produktów. Tego typu zadania znane są jako zagadnienie gazeciarza (sprzedawcy gazet – *newsboy*, *newsvendor problem*).

## 2. Specyfika produkcji w przemyśle spożywczym

Z uwagi na charakter zagadnień planowania produkcji zakłady produkcyjne z branży spożywczej zaliczane są zazwyczaj do przemysłu przetwórczego (*process industry*), podobnie jak przemysł chemiczny czy farmaceutyczny. Produkty są tu podzielne w dowolnych proporcjach, mogą być np. płynne lub sypkie, a produkcja polega na mieszaniu różnych surowców i półwyrobów zgodnie z pewną recepturą, przetwarzaniu ich w ciągłych procesach fizykochemicznych lub biologicznych oraz dzieleniu na mniejsze porcje.

W przemyśle przetwórczym produkty przynajmniej częściowo przetwarzane są w sposób ciągły, tzn. w sposób ciągły produkt przechodzi (przepompowywany jest) przez pewne maszyny (linie) produkcyjne; w tym czasie jego część czeka na przetwarzanie w zbiorniku przed maszyną, a część już wykonana znajduje się już w zbiorniku za maszyną. Dla porównania w dyskretnych procesach produkcyjnych, np. w przemyśle maszynowym czy elektrotechnicznym, wyroby są niepodzielne w tym sensie, że wielkość produkcji jest wyrażana liczbą całkowitą. Wyroby gotowe powstają na ogół w wyniku montażu ze ściśle określonej liczby różnych części i podzespołów, a w danym momencie na jednym stanowisku przetwarzany jest zazwyczaj dokładnie jeden wyrób (lub część).

W przemyśle przetwórczym wyroby wytwarzane są często w porcjach (*batch*) o stałej wielkości. W wyniku mieszania surowców i półproduktów powstają czasem większe porcje, które następnie trzeba ponownie podzielić na porcje o standardowej wielkości. Produkcja w porcjach pod wieloma względami przypomina dyskretny proces produkcyjny.

Większość publikacji wyróżnia w branży spożywczej dwa główne stadia procesu produkcyjnego (m.in. Baldo i in., 2014; Sel i in., 2017): wytwarzanie i pakowanie (*make-and-pack systems*), w których planowanie wykonywane jest często osobno. Na poziomie zagregowanym systemy produkcyjne w przemyśle przetwórczym są często modelowane jako dwumaszynowe systemy przepływowe (Stefansdottir i in., 2017).

W pierwszym stadium najpierw różne surowce (np. mleko świeże, pasteryzowane lub w proszku) przetwarzane są na półwyroby (np. jogurt biały o określonej zawartości tłuszczu), a następnie różne porcje półwyrobu przetwarzane są na różne wyroby gotowe (np. jogurty smakowe).

W drugim stadium wyroby gotowe pakowane są do różnego rodzaju pojemników o różnej pojemności, z różnymi etykietami (dla różnych odbiorców). Na jednej linii wyroby pakowane są zazwyczaj do pojemników tego samego rodzaju różniących się pojemnością i etykietami. Linii do pakowania jest zazwyczaj wiele, także dla jednego rodzaju opakowań.

Jeśli produkcja półwyrobów i wyrobów gotowych nie wymaga ścisłej koordynacji, to może być planowana osobno. O ile liczba surowców i półwyrobów jest relatywnie mała, o tyle liczba wyrobów gotowych jest zazwyczaj duża, np. jeden zakład produkcji jogurtu może wytwarzać ok. 10 rodzajów jogurtu białego, różniących się zawartością tłuszczu czy śmietany, oraz ponad 100 produktów finalnych (na różnych liniach do pakowania), różniących się m.in. dodatkami smakowymi czy wielkością opakowania (Kopanos i in., 2011). Liczba produktów gotowych systematycznie rośnie (Soman, 2004; Kopanos i in., 2011), co oznacza, że produkuje się coraz więcej różnych wyrobów w coraz mniejszych partiach, co znacząco utrudnia zaplanowanie produkcji.

Wzrost liczby partii idzie w parze z coraz krótszymi terminami dostaw – węższymi przedziałami czasu, w których należy dostarczyć towar. Z tego powodu wielu producentów żywności stopniowo przechodzi z produkcji na magazyn (*make-to-stock* – MTS) na produkcję na zamówienie (*make-to-order* – MTO). Taka hybrydowa strategia MTO-MTS prowadzi do specyficznych wyzwań związanych z planowaniem partii, ustalaniem docelowego poziomu zapasów czy terminów dostaw (Soman, 2004). Tymczasem w publikacjach na ogół przyjmuje się, że firma produkuje albo w trybie MTS, albo w trybie MTO.

W przemyśle przetwórczym przeważają przepływowe systemy produkcyjne, w których wszystkie wyroby przechodzą przez wszystkie maszyny w tej samej kolejności (*flow-shop*). Przy produkcji porcjami zdarza się, że porcje pomiędzy maszynami nie mogą czekać (*no-wait*) albo dopuszczalny czas czekania jest ograniczony, np. nie można zbyt długo zwlekać z wypełnieniem form miękkim serem (Stefansdottir i in., 2017).

W początkowych stadiach czasy (cykle) produkcji są często dość długie, co wynika z czasu fermentacji czy dojrzewania produktów i wymusza długi horyzont planowania (m.in. Baldo i in., 2014; Georgiadis i in., 2021). Niemniej czas wyznaczania planu nie może być zbyt długi, gdyż często zachodzi konieczność nieplanowanej rewizji (korekty) planów (*rescheduling*) z uwagi na awarie, braki surowców czy pilne dodatkowe zamówienia.

W branży spożywczej stopień wykorzystania maszyn i linii produkcyjnych jest na ogół wysoki (Claassen i Hendrix, 2014), co wynika z dużej konkurencji i silnej presji na ceny. W takich warunkach trudno ułożyć dobre plany ręcznie, a wykorzystanie metod APS może być wręcz niezbędne.

Podczas układania planów produkcyjnych w zakładach wytwarzających żywność zazwyczaj całą linię produkcyjną rozważa się jak pojedynczą maszynę, tj. uwzględnia się jedynie wąskie gardło linii. Może to mieć kilka przyczyn:

- produkty wykonywane na tej samej linii mają taką samą marszrutę (Claassen i Hendrix, 2014);
- partie produkcyjne są na tyle długie, że wszystkie maszyny praktycznie równocześnie zaczynają i kończą wykonywać partię; dotyczy to przede wszystkim procesów ciągłych;
- przebrojenie (czyszczenie) wykonuje się równocześnie na całej linii; często polega to na przepuszczeniu przez całą linię tego samego środka czyszczącego;
- jedna z maszyn jest znacznie droższa i o wiele bardziej obciążona od innych.

## 2.1. Przebrojenia maszyn

Ze względu na wymogi jakościowe i sanitarne w przemyśle spożywczym przebranie maszyn i linii produkcyjnych polega często na ich czyszczeniu (Stefansdottir i in., 2017), w ramach którego trzeba wykonać różne kombinacje mycia za pomocą środków chemicznych, płukania czystą wodą, sterylizacji gorącą wodą lub za pomocą środków chemicznych itp. (Jaworowska, 2019). Czyszczenie powoduje długie przestoje maszyn, pochłanianie energii, wodę i środki czyszczące, a w dodatku generuje odpady. Pojedyncza czynność mycia może trwać kilkadziesiąt minut, a w dłuższym przedziale czasu mycie może zabrać przeszło 20% dostępnego czasu produkcji (Stefansdottir i in., 2017). Dlatego przy planowaniu wielkości i harmonogramowaniu partii produkcyjnych zasadnicze znaczenie ma uwzględnienie kosztów i czasów czyszczenia.

Na liniach do pakowania wyrobów gotowych rodzaj pojemników zazwyczaj się nie zmienia, ale zmieniają się ich pojemności i etykiety dla różnych odbiorców, co również wymaga przebrojenia maszyny (wymiany oprzyrządowania i ustawień), nawet jeżeli pakowany produkt się nie zmienia.

Stefansdottir i in. (2017) zaproponowali klasyfikację różnych przypadków przeobrażania maszyn i linii produkcyjnych opracowaną zwłaszcza na potrzeby przemysłu przetwórczego, z przykładami z przemysłu mleczarskiego.

Czyszczenie może być potrzebne przy przestawianiu linii produkcyjnych między partiami dwóch różnych produktów, gdy od poprzedniego czyszczenia upłynął określony czas lub osiągnięta została pewna wielkość produkcji. Termin takiego okresowego czyszczenia może być sformułowany w sposób przybliżony, co oznacza, że rozpoczęcie czyszczenia trzeba zaplanować w pewnym przedziale czasu (*time window*).

Czynności czyszczenia o różnej intensywności, długości i kosztach mogą być wymienne (ale nie muszą), np. jeśli ze względu na zmianę produktu wykonane zostanie dokładne czyszczenie, to nie trzeba wykonywać prostego płukania potrzebnego ze względu na czas, jaki upłynął od poprzedniego płukania.

Przebrożenia mogą być zależne od kolejności wykonywania wyrobów (*sequence-dependent setups*; m.in. Soman, 2004; Baldo i in., 2014), np. przy zmianie koloru i zapachu jogurtu (Stefansdottir i in., 2017). Wymuszają one równoczesne planowanie wielkości i kolejności partii produkcyjnych, gdyż w przeciwnym razie nie da się określić czasów i kosztów przebrożeń.

Koszty (lub czasy) przebrożeń  $c$  zależne od kolejności wyrobów zazwyczaj spełniają tzw. warunek trójkąta (*triangular setups*), tzn. suma kosztów dwóch kolejnych przebrożeń, np. z produktu A na B, a następnie z B na C, jest większa od bezpośredniego przebrożenia z produktu A na C:  $c(A, B) + c(B, C) \geq c(A, C)$ . Czasem przebrożenia nie spełniają tego warunku (*non-triangular setups*), tzn. wyrób pośredni B pełni funkcję środka czyszczącego (o ile jego partia jest dostatecznie duża).

Czasem wyroby można podzielić na rozłączne grupy w taki sposób, by przebrożenia pomiędzy wyrobami z jednej grupy były krótkie i tanie (podrzędne, *minor*), a pomiędzy wyrobami z dwóch różnych grup długie i kosztowne (główne, *major*). Jest to specyficzna wersja przebrożeń zależnych od kolejności wyrobów. W takim przypadku najpierw planuje się produkcję grup (a tym samym harmonogram przebrożeń głównych), następnie wyrobów z tej samej grupy (a więc harmonogram przebrożeń podrzędnych).

W procesach z głównymi i podrzędnymi przebrożeniami występuje czasem naturalna kolejność produktów zapewniająca minimalny całkowity czas przeobrażania w obrębie grupy, np. od łagodniejszego do silniejszego smaku. Günther i in. (2006a, 2006b) zaproponowali dla takiego przypadku tzw. *block planning approach*.

## 2.2. Produkty nietrwałe

Towary nietrwałe (*perishable goods*) w trakcie magazynowania ulegają zepsuciu (*deterioration*), przez co tracą swoją użyteczność częściowo lub całkowicie. Planując produkcję, przechowywanie i dystrybucję produktów nietrwałych, należy uwzględnić zmiany ich przydatności i wartości wraz z upływem czasu. Pierwsze modele i metody planowania dla tego typu zadań opracowano na potrzeby banków krwi, ale szybko zaczęto je rozwijać również dla innych branż, w tym spożywczej. Niektóre wyroby mogą zyskiwać na wartości z upływem czasu, np. niektóre wina i sery. Inne mogą odzyskać utraconą wartość (przydatność) częściowo lub całkowicie, o ile zostaną poddane

uzdatnianiu (*rework*), choć akurat w przypadku żywności trudno znaleźć dobre przykłady. Produkty spożywcze na ogół zaczynają się psuć zaraz po wyprodukowaniu.

W literaturze naukowej (m.in. Amorim i in., 2013; Pahl i Voß, 2017) dokonuje się rozróżnienia pomiędzy towarami nietrwałymi (*perishable*) i psującymi się (*deteriorating*). Towary nietrwałe w pewnym momencie tracą całą swoją użyteczność, tzn. nie można ich już używać zgodnie z pierwotnym przeznaczeniem. Przykładem może być tzw. termin przydatności do spożycia regulowany prawnie dla wielu produktów spożywczych, opisany na opakowaniach żywności wyrażeniem „należy spożyć do...”. Produkty psujące się tracą użyteczność stopniowo, w sposób ciągły lub dyskretny. Chodzi tu m.in. o produkty spożywcze z datą minimalnej trwałości, podawanej w wyrażeniu „najlepiej spożyć przed...”, tzn. można je jeść po upływie tej daty, ale ich smak lub konsystencja mogą być nieco gorsze. Ponadto należy odróżniać fizyczne zmiany towaru, zmianę ich wartości według klientów oraz warunki przydatności określone w regulacjach prawnych.

W przypadku części produktów okres przydatności do spożycia jest sztywny, np. wielu produktów mlecznych, a w przypadku innych jest losowy, np. dla owoców i warzyw (Amorim i in., 2013). W tym ostatnim przypadku może on być zależny od pory roku i pogody. Jeśli produkt szybko się psuje i ma krótki okres przydatności do spożycia, to trzeba go produkować i dostarczać do klientów w małych partiach oraz ściśle koordynować produkcję z dystrybucją (Soman i in., 2004; Pahl, Voss, 2017). Klienci preferują towary z odleglejszym terminem przydatności do spożycia i przeważnie nie akceptują dwóch kolejnych dostaw z tym samym terminem przydatności do spożycia, nawet jeśli będą sprzedawać produkt na długo przed tą datą (Soman i in., 2004).

### 3. Modele przy zrównoważonym popycie

Przy popycie zrównoważonym w czasie stosowane są modele zakładające, że popyt jest w istocie stały, skala czasu ciągła, a horyzont czasowy planowania nieograniczony – w praktyce wystarczy, że horyzont jest wielokrotnie dłuższy od cyklu wyczerpania zapasu utworzonego jedną partią wyrobu. Dla pojedynczego wyrobu, gdy czas produkcji (dostawy) partii jest większy od zera (wydajność produkcji ograniczona), stosowany jest model ekonomicznej wielkości produkcji (*economic production quantity* – EPQ). Stanowi on rozszerzenie modelu ekonomicznej wielkości zamówienia (*economic order quantity* – EOQ), który zakłada, że czas produkcji partii jest równy zeru (wydajność nieograniczona).

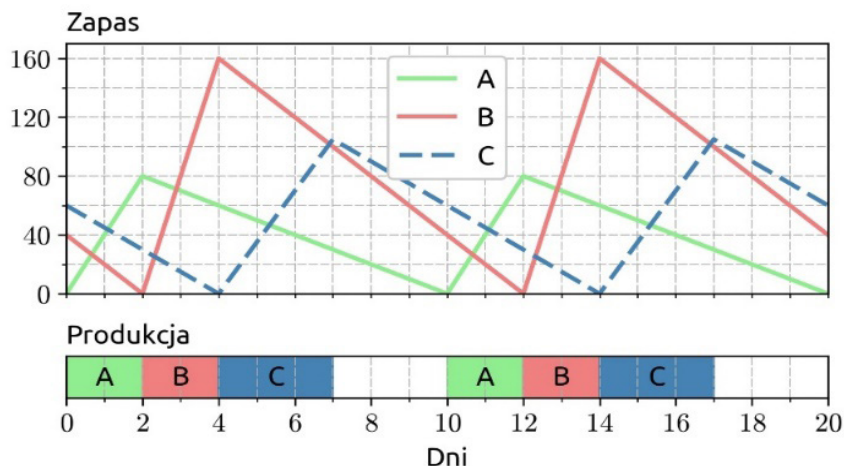
W systemach produkcyjnych trzeba zazwyczaj zaplanować równocześnie wykonanie partii wielu różnych wyrobów na tych samych maszynach, których czas pracy jest ograniczony. W przypadku stałego popytu stosowany jest model ekonomicznego harmonogramowania partii (*economic lot-scheduling problem* – ELSP), stanowiący rozszerzenie modelu EPQ (Holmbom i Segerstedt, 2014). Zadania ELSP opisują modele programowania nieliniowego (*non-linear programming* – NLP).

W tabeli 2 przedstawiony jest przykład danych i rozwiązania dla zadania ELSP ze wspólnym stałym cyklem dla trzech wyrobów A, B i C wykonywanych na jednej maszynie. Rozwiązanie wyznaczono dla cyklu równego 10 dni, pomijając czasy przezbierania maszyny (uruchamiania produkcji).

**Tabela 2**  
Przykład zadania ELSP ze wspólnym cyklem

Produkt	Popyt	Wydajność produkcji	Wielkość partii	Maks. zapas
A	10	50	100	80
B	20	100	200	160
C	15	50	150	105

Na rysunku 2 przedstawiony jest wykres zmian zapasów oraz diagram Gantta w trakcie dwóch cykli dla powyższego przykładu. W trakcie produkcji zapas wyrobu rośnie, a kiedy produkcja się skończy – opada. Zapas wyczerpuje się dokładnie w momencie wznowienia produkcji. Cykl każdego wyrobu trwa 10 dni, choć zaczyna się w innym momencie. Kolejność wykonywania wyrobów nie ma w tym przypadku żadnego znaczenia. Na zakończenie cyklu produkcji przez trzy dni maszyna nic nie produkuje, więc stopień wykorzystania maszyn wynosi 70%.



**Rys. 1.** Przykład harmonogramu ELSP ze stałym wspólnym cyklem

Prócz modelu ze wspólnym stałym cyklem rozpatruje się również modele z różnymi cyklami dla różnych wyrobów, z cyklami, które są całkowitą krotnością pewnego cyklu bazowego, oraz ze zmiennymi cyklami (Santander-Mercado, 2016; Beck i in. 2018). Ponadto w różnych modelach uwzględnia się przezbrojenia (m.in. zależne od kolejności wyrobów), remonty, zmienną wydajność produkcji, opóźnione dostawy lub niezaspokojony popyt, dwa stadia produkcyjne, maszyny równoległe oraz produkty nietrwałe, z ograniczonym okresem trwałości (Soman, 2004) lub z wartością zapasów zmniejszającą się w czasie. Rozważane są też zadania ELSP z losowym (stacjonarnym) popytem, a także z losowymi czasami przezbrajania lub produkcji (Winands i in., 2011).

#### 4. Modele przy zmiennym popycie

W tzw. dynamicznych zadaniach planowania partii (*dynamic lot-sizing problems*) wykorzystywana jest dyskretna skala czasu, tzn. horyzont planowania jest skończony, podzielony na okresy. W każdym okresie popyt może być inny (jest zmienny), uwzględniany jest tylko stan początkowy i końcowy procesu produkcyjnego w każdym okresie, a pomijane są stany pośrednie.

Planowanie partii produkcyjnych wielu różnych wyrobów wykonywanych na maszynach o ograniczonym czasie pracy wymaga równoczesnego planowania wielkości i szeregowania partii (*lot-sizing and scheduling*). Takie zadania opisywane są za pomocą modeli programowania (liniowego) całkowitoliczbowego mieszanego (*mixed-integer (linear) programming* – MIP, MILP).

W tabeli 3 przedstawiony jest przykład harmonogramu dla jednego wyrobu. Produkcja uruchamiana jest w okresach 1, 4, 6 i 10, więc tylko w tych okresach wielkość produkcji jest większa od zera. Wielkość zapasu na koniec każdego okresu wyznaczana jest z klasycznego bilansu zapasów: zapas z poprzedniego okresu + produkcja – popyt w bieżącym okresie daje popyt na koniec tego okresu, np. zapas początkowy 10 (w okresie 0) + produkcja 80 – popyt 30 w okresie 1 daje zapas 60.

**Tabela 3**

Przykład harmonogramu dla jednego wyrobu przy dyskretniej skali czasu

Okres	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Przebrojenie		1	–	–	1	–	1	–	–	–	1
Produkcja		80	–	–	100	–	85	–	–	–	30
Popyt		30	50	10	50	50	10	15	–	–	–
Zapas	10	60	10	–	50	–	75	60	20	–	–

„–” zastępuje zero

Podstawowe zadanie z tej klasy określane jest jako planowanie partii przy ograniczonych zasobach (*capacitated lot-sizing problem* – CLSP). To jest najprostszy model z grupy modeli z długimi okresami (*large bucket models*), które dopuszczają w jednym okresie wiele przebrojeń maszyny. Modele z krótkimi okresami (*small bucket models*) dopuszczają w każdym okresie co najwyżej jedno przebrojenie. Aby zapewnić rozwiązania wysokiej jakości, w modelach z krótkimi okresami rzeczywiste okresy (makrookresy) są często dzielone na krótsze fikcyjne mikrookresy, a całe zapotrzebowanie jednego makrookresu jest przypisane do jego ostatniego mikrookresu (Kaczmarczyk, 2020). Istnieją jeszcze modele hybrydowe wykorzystujące równocześnie długie i krótkie okresy.

Modele z długimi okresami łatwiej rozwiązać, gdyż mają mniej zmiennych binarnych, dlatego w literaturze więcej jest przykładów stosowania ich w praktyce (Claassen i Hendrix, 2014; Copil i in., 2017; Kaczmarczyk, 2020). Z drugiej strony długie okresy mogą zaniżyć koszty utrzymywania zapasów, ukrywając wielkość zapasów i ich koszty w środku długich okresów (Kaczmarczyk, 2009b; Claassen i Hendrix, 2014). Krótkie okresy ułatwiają dokładne planowanie produkcji wyrobów nietrwałych oraz koordyna-



cję produkcji z dystrybucją, gdyż czasy przydatności do spożycia i czasy dostaw muszą być całkowitą krotnością długości okresu (Claassen i Hendrix, 2014).

Dynamiczne modele planowania partii produkcyjnych zazwyczaj zakładają, że całe przebrojenie musi zostać wykonane w trakcie jednego okresu. W modelach z długimi okresami przebrojenia zazwyczaj łatwo mieszczą się w jednym okresie i wystarczy uwzględnić ich czas w łącznym obciążeniu maszyn. Przy długich czasach przebrajania przydatny może być model CLSP z przeniesieniem stanu końcowego do następnego okresu (*linked lots, setup carry-over*; m.in. Suerie i Stadler, 2003). W modelach z krótkimi okresami przebrojenia mogą być dłuższe od okresu, co można uwzględnić w modelu (Suerie, 2006; Kaczmarczyk, 2009a), ale takie zadania trudniej rozwiązać.

Przebrojenia zależne od kolejności partii łatwiej uwzględnić w modelach z krótkimi okresami, gdyż już w swej podstawowej postaci wyznaczają one pełną kolejność partii. Wynika to wprost z faktu, że w każdym okresie dopuszczają one co najwyżej jedno przebrojenie. Czasem wykorzystywany jest model opisujący zmiany stanu maszyny podobny do modeli przepływów w sieciach, który ze względu na jego własności matematyczne łatwiej rozwiązywać (Kaczmarczyk, 2011a). Aby uwzględnić w modelach z długimi okresami przebrojenia zależne od kolejności partii, w każdym okresie trzeba rozwiązać zadanie komiwojażera (Haase, 1996), co znacznie utrudnia ich rozwiązywanie.

Szczegółowy przegląd dynamicznych modeli planowania partii produkcyjnych sporządzili Copil i in. (2017). Voß i Woodruff (2006) napisali obszerny podręcznik dla menedżerów, którzy chcą lepiej poznać modele MIP stosowane w planowaniu produkcji, a Pochet i Wolsey (2006) przygotowali wnikliwą monografię naukową z przyjaznym dla początkującego czytelnika wstępem w trzech pierwszych rozdziałach. Po polsku dostępna jest monografia Kaczmarczyka (2011b).

## 5. Podsumowanie

W branży spożywczej działa wiele firm o dużej wielkości produkcji, które ze względu na silną konkurencję muszą produkować przy wysokim stopniu wykorzystania maszyn, systematycznie zwiększać asortyment produktów, a także zmniejszać partie i cykle dostaw. Ze względu na wysokie koszty przebrajania (mycia) maszyn, zależne od kolejności wykonywanych partii, oraz nietrwałość produktów zadania planowania wielkości i kolejności wykonywania partii produkcyjnych są w tej branży ważne, zróżnicowane i trudne do rozwiązania. Z tych powodów branża spożywcza powinna wdrażać zaawansowane metody planowania produkcji i dystrybucji, co może wymagać rozwiązania szeregu otwartych jeszcze zagadnień badawczych.

## Literatura

- Amorim P., Meyr H., Almeder C., Almada-Lobo B., 2013: *Managing perishability in production-distribution planning: a discussion and review*, Flexible Services and Manufacturing Journal, vol. 25, no. 3, s. 389–413.

- Baldo T.A., Santos M.O., Almada-Lobo B., Morabito R., 2014: *An optimization approach for the lot sizing and scheduling problem in the brewery industry*, Computers & Industrial Engineering, vol. 72, s. 58–71.
- Beck F.G., Glock Ch.H., 2020: *The economic lot scheduling problem: a content analysis*, International Journal of Production Research, vol. 58, no. 11, s. 3437–3454.
- Claassen G.D.H., Hendrix E.M.T., 2014: *On Modelling Approaches for Planning and Scheduling in Food Processing Industry*, [w:] Murgante B., Misra S., Rocha A.M.A.C., Torre C.M., Rocha J.G., Falcão M.I., Taniar D., Apduhan B.O., Gervasi O. (eds.), *Computational Science and Its Applications – ICCSA 2014. 14<sup>th</sup> International Conference, Guimarães, Portugal, June 30 – July 3, 2014, Proceedings*, part II, Springer, Cham, s. 47–59.
- Copil K., Wörbelauer M., Meyr H., Tempelmeier H., 2017: *Simultaneous lotsizing and scheduling problems: a classification and review of models*, OR Spectrum, vol. 39, no. 1, s. 1–64.
- Georgiadis G.P., Elekidis A.P., Georgiadis M.C., 2021: *Optimal production planning and scheduling in breweries*, Food and Bioproducts Processing, vol. 125, s. 204–221.
- Günther H.O., Grunow M., Neuhaus U., 2006a: *Realizing block planning concepts in make-and-pack production using MILP modelling and SAP APO*, International Journal of Production Research, vol. 44, iss. 18–19, s. 3711–3726.
- Günther H.O., van Beek P., Grunow M., Entrup M.L., Zhang S., 2006b: *An MILP Modelling Approach for Shelf Life Integrated Planning and Scheduling in Scalded Sausage Production*, [w:] Morlock M., Schwindt C., Trautmann N., Zimmermann J. (eds.), *Perspectives on Operations Research: Essays in Honor of Klaus Neumann*, Deutscher Universitäts-Verlag / GWV Fachverlage, Wiesbaden, s. 163–188.
- Haase K., 1996: *Capacitated lot-sizing with sequence dependent setup costs*, OR Spectrum, vol. 18, no. 1, s. 51–59.
- Holmbom M., Segerstedt A., 2014: *Economic Order Quantities in production: From Harris to Economic Lot Scheduling Problems*, International Journal of Production Economics, vol. 155, s. 82–90.
- Jaworowska M., 2019: *Mleko, masło i sery*, Automatyka B2B. Portal Branżowy, <https://automatykab2b.pl/temat-miesiaca/51883-mleko-maslo-i-sery> [10.11.2020].
- Kaczmarczyk W., 2009a: *Modelling Multi-Period Set-up Times in the Proportional Lot-Sizing Problem*, Decision Making in Manufacturing and Services, vol. 3, nr 1–2, s. 15–35.
- Kaczmarczyk W., 2009b: *Inventory cost settings in small bucket lot-sizing and scheduling models*, Total Logistic Management, no. 2, s. 27–36
- Kaczmarczyk W., 2011a: *Proportional lot-sizing and scheduling problem with identical parallel machines*, International Journal of Production Research, vol. 49, no. 9, s. 2605–2623.
- Kaczmarczyk W., 2011b: *Wybrane modele planowania wielkości i szeregowania partii produkcyjnych*, Wydawnictwa AGH, Kraków, „Rozprawy. Monografie”, nr 223.
- Kaczmarczyk W., 2020: *Valid inequalities for proportional lot-sizing and scheduling problem with fictitious microperiods*, International Journal of Production Economics, vol. 219, s. 236–247.

- Kopanos G.M., Puigjaner L., Georgiadis M.C., 2011: *Resource-constrained production planning in semicontinuous food industries*, Computers and Chemical Engineering, vol. 35, no. 12, s. 2929–2944.
- Pahl J., Voß S., 2014: *Integrating deterioration and lifetime constraints in production and supply chain planning: A survey*, European Journal of Operational Research, vol. 238, no. 3, s. 654–674.
- Pochet Y., Wolsey L., 2006: *Production Planning by Mixed Integer Programming*, Springer-Verlag, New York.
- Polska Agencja Inwestycji i Handlu, 2020: *Sektor spożywczy*, <https://www.paih.gov.pl/sektory/spozywczy> [12.11.2020].
- Santander-Mercado A., Jubiz-Diaz M., 2016: *The economic lot scheduling problem: a survey*, International Journal of Production Research, vol. 54, no. 16, s. 4973–4992.
- Sel Ç., Bilgen B., Bloemhof-Ruwaard J., 2017: *Planning and scheduling of the make-and-pack dairy production under lifetime uncertainty*, Applied Mathematical Modelling, vol. 51, s. 129–144.
- Soman C.A., van Donk D.P., Gaalman G., 2004: *Combined make-to-order and make-to-stock in a food production system*, International Journal of Production Economics, vol. 90(2), s. 223–235.
- Stadtler H., Kilger C. (red.), 2008: *Supply chain management and advanced planning: Concepts, models, software, and case studies*, Springer-Verlag Berlin–Heidelberg.
- Stefansdottir B., Grunow M., Akkerman R., 2017: *Classifying and modeling setups and cleanings in lot sizing and scheduling*, European Journal of Operational Research, vol. 261, no. 3, s. 849–865.
- Suerie C., 2006: *Modeling of period overlapping setup times*, European Journal of Operational Research, vol. 174, no. 2, s. 874–886.
- Suerie C., Stadtler H., 2003: *The Capacitated Lot-Sizing Problem with Linked Lot Sizes*, Management Science, vol. 49(8), s. 1039–1054.
- Toledo C.F.M., De Oliveira L., De Freitas Pereira R., França P.M., Morabito R., 2014: *A genetic algorithm/mathematical programming approach to solve a two-level soft drink production problem*, Computers & Operations Research, vol. 48, s. 40–52.
- Voß S., Woodruff D.L., 2006: *Introduction to Computational Optimization Models for Production Planning in a Supply Chain*, Springer-Verlag Berlin–Heidelberg
- Winands E.M.M., Adan I.J.B.F., van Houtum G.J., 2011: *The stochastic economic lot scheduling problem: A survey*, European Journal of Operational Research, vol. 210, no. 1, s. 1–9.

## PRODUCTION LOT-SIZING IN FOOD INDUSTRY

**Summary:** This article presents selected production lot-sizing problems in food production plants. It is not a comprehensive review of the literature, but describes the basic models, explains the differences between them, and points to basic literature for those interested in the subject. Production processes with limited production capacity, long and costly machine set-up operations are considered. The paper presents models for both the constant demand during a long planning horizon and the variable demand. The specific features of such models in the food industry are described, including limited shelf life of products.

**Keywords:** production planning, inventory control, food industry



# HIERARCHICZNA METODA REHARMONOGRAMOWANIA MONTAŻU W LINIACH MONTAŻOWYCH BEZ BUFORÓW<sup>1</sup>

Marek MAGIERA (†)

AGH Akademia Górniczo-Hutnicza w Krakowie, Wydział Zarządzania, Katedra Zarządzania Strategicznego

**Streszczenie:** Pandemia COVID-19 wpłynęła na zakłócenie dostaw części składowych produktów montowanych w liniach montażowych. W związku z tym nie zawsze jest możliwy montaż produktów zgodnie z pierwotnym harmonogramem. Częściowym rozwiązaniem tego problemu jest reharmonogramowanie, które jest ponowną budową harmonogramu uwzględniającego pierwotny harmonogram. Jest to aktualizacja pierwotnego harmonogramu w związku ze zmianą warunków procesu produkcyjnego. W rozdziale zaproponowano dwupoziomą metodę reharmonogramowania montażu w liniach montażowych, które nie są wyposażone w bufory międzyoperacyjne. Uwzględnione zostały dwa przypadki: szeregowanie bez czekania, a także możliwość blokowania maszyn przez produkty oczekujące na wykonanie operacji montażowych. Pierwszy poziom metody dotyczy równoważenia obciążeń maszyn montażowych, operacje przydzielane są do maszyn. W przypadku drugiego poziomu metody wyznaczane są czasy rozpoczęcia wykonywania poszczególnych operacji montażowych. Każdemu poziomowi metody przypisany został liniowy model matematyczny zadania programowania całkowitoliczbowego. Zaproponowana metoda heurystyczna przeznaczona jest do wyznaczania najkrótszych harmonogramów. Dzięki zastosowaniu heurystyki istnieje możliwość rozwiązywania problemów o znacznych rozmiarach w relatywnie krótkim czasie. Zamieszczono wyniki eksperymentów obliczeniowych przeprowadzonych na zbudowanych modelach matematycznych. Porównano długości harmonogramów dotyczących obu organizacji przepływów produktów: szeregowania bez czekania oraz blokowania maszyn przez produkty. Ponadto porównano otrzymane rozwiązania z rozwiązaniami optymalnymi.

**Słowa kluczowe:** planowanie produkcji, szeregowanie, system przepływowy, montaż, heurystyki

## 1. Wprowadzenie

Powodem opracowania zaprezentowanej w rozdziale metody reharmonogramowania montażu są zakłócenia dostaw części składowych produktów. W ciągu ostatnich miesięcy zakłócenia te związane są często z nieterminowością dostaw, co jest skutkiem

---

<sup>1</sup> Wydanie publikacji zostało sfinansowane przez Akademię Górniczo-Hutniczą im. Stanisława Staszica w Krakowie (subwencja na utrzymanie i rozwój potencjału badawczego).

pandemii COVID-19. Pandemia wpłynęła na nieregularność funkcjonowania łańcuchów dostaw. Zakłady produkcyjne wyposażone w linie montażowe, których dotyczy niniejszy rozdział, są ogniwami tych łańcuchów dostaw. Nie zawsze jest możliwy montaż uwzględniający harmonogram montażu, zwany w dalszej części rozdziału harmonogramem pierwotnym. W takim przypadku wskazane jest reharmonogramowanie, czyli ponowna budowa harmonogramu montażu. Reharmonogramowanie dokonywane być może w innych sytuacjach, do których należą m.in. awarie maszyn, konieczność uwzględnienia nowych, pilnych zleceń.

Wyszczególnione w poprzednim akapicie przyczyny konieczności budowy nowych harmonogramów montażu zainspirowały autora niniejszego rozdziału do budowy metody reharmonogramowania montażu w liniach montażowych, które pozbawione są lokalnych magazynów – buforów międzyoperacyjnych. Zgodnie z klasyfikacją matematycznych problemów formułowanych w przypadku systemów produkcyjnych (Chan i in., 2017) przedstawiona w dalszej części rozdziału metoda dotyczy planowania produkcji, w ramach którego dokonuje się szeregowania zadań. Linie montażowe, których konfigurację uwzględniono w opracowanej metodzie, są szczególnym przypadkiem systemów produkcyjnych. Budowa harmonogramów montażu polega na uszeregowaniu operacji montażowych. Operacje te równocześnie rozdzielane są w przestrzeni (przydzielenie operacji do maszyn montażowych) oraz w czasie (wyznaczenie czasów rozpoczęcia wykonywania operacji). Problematykę dotyczącą operacji montażowych i ich szeregowania szeroko opisują Komaki i in. (2019).

Reharmonogramowanie jest szczególnym przypadkiem harmonogramowania, aktualizacją pierwotnego harmonogramu. Ta jego własność jest odzwierciedlona w literaturze. Problematykę dotyczącą reharmonogramowania poruszają m.in. Kragjini i in. (2013), natomiast przegląd metod przedstawiają Vieira i in. (2003). Ze względu na jakość otrzymywanych rozwiązań zadań harmonogramowania wyróżnia się dwie grupy metod reharmonogramowania: metody dokładne oraz metody przybliżone. Zaprezentowana w niniejszym rozdziale metoda należy do drugiej z tych grup. Metody dokładne często charakteryzują się dużą złożonością (pamięciową, czasową). W związku z tym długie są czasy obliczeń, a rozwiązanie niektórych problemów może być niemożliwe, zwłaszcza w krótkim czasie. W takim przypadku wskazane jest zastosowanie metod przybliżonych, w przypadku których wyznaczane rozwiązania obciążone są pewną odchyłką od optimum. Przegląd literatury dotyczącej metod szeregowania zadań przedstawiają González-Neira i in. (2017), a także Rossit i in. (2018). Ostatnia z wymienionych prac dotyczy niepermutacyjnych systemów przepływowych, dla których jest również przeznaczona metoda opisana w dalszej części niniejszego rozdziału. W przypadku tych systemów kolejność wykonywania operacji montażowych na poszczególnych maszynach nie musi być jednakowa.

Ze względu na koncepcję rozwiązania problemu reharmonogramowanie, podobnie jak harmonogramowanie, dzieli się na monolityczne oraz hierarchiczne (Zhang, 2014). Jeżeli wszystkie zadania cząstkowe rozwiązywane są równocześnie, to dana metoda jest monolityczna. Natomiast podział problemu globalnego na kolejno rozwiązywane zadania cząstkowe oznacza hierarchiczną koncepcję rozwiązania danego zadania. Zadania cząstkowe przypisane są poszczególnym poziomom metody. Dlatego metody hierarchiczne nazywa się również wielopoziomymi. W przypadku uwzględ-

nienia takiej koncepcji na każdym poziomie rozwiązywane są problemy o relatywnie mniejszych rozmiarach w porównaniu do rozmiaru problemu globalnego. Dzięki temu można rozwiązywać problemy o znacznych rozmiarach w relatywnie krótkim czasie. Wyznaczane harmonogramy mogą być obciążone pewną odchyłką od optimum. Tak jest w przypadku metod przybliżonych, do których zalicza się metody hierarchiczne. Wady i zalety obu koncepcji szerzej opisał Magiera (2016: 64). Zaprezentowana w niniejszym rozdziale metoda jest hierarchiczna. Jej pierwszy poziom obejmuje równoważenie obciążeń maszyn montażowych, którego skutkiem jest przydział operacji do maszyn. Drugi poziom dotyczy uszeregowania operacji – wyznaczane są czasy rozpoczęcia operacji, aby otrzymać najkrótszy harmonogram montażu.

Opracowana metoda dotyczy elastycznych linii montażowych. Elastyczność dotyczy m.in. asortymentu montowanych produktów – równocześnie mogą być montowane produkty różnych typów. Uwzględniono także elastyczne marszruty montażu, ponieważ każdemu typowi operacji przyporządkowana jest co najmniej jedna maszyna. Problematykę związaną z planowaniem montażu w elastycznych systemach montażowych opisał m.in. Sawik (1999), a także Yadav i Jayswal (2018).

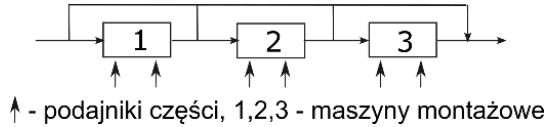
Cechą charakterystyczną opracowanej metody jest zastosowanie programowania całkowitoliczbowego, które stanowi jeden z rodzajów programowania matematycznego. Zbudowane zostały modele matematyczne zadań programowania całkowitoliczbowego, które są przyporządkowane poszczególnym poziomom metody. Zostało to zainspirowane pracą Sawika (2004), który pokazał możliwość zastosowania tego narzędzia badań operacyjnych w planowaniu montażu. Ponadto Ronconi i Birgin (2012) wskazują na bardzo dobre perspektywy zastosowania programowania matematycznego w harmonogramowaniu dotyczącym systemów przepływowych.

Należy podkreślić, że opracowana metoda dotyczy linii montażowych bez maszyn równoległych i bez buforów międzyoperacyjnych. Hierarchiczną metodę reharmonogramowania dotyczącą linii montażowych także bez maszyn równoległych, ale z buforami międzyoperacyjnymi, opracował Magiera (2020a). Opublikowana została również metoda reharmonogramowania dedykowana systemom z maszynami równoległymi, które wyposażone są w bufora międzyoperacyjne (Magiera, 2020b) – jest to metoda monolityczna.

W dalszej części rozdziału przedstawiono szczegółowy opis opracowanej metody, w tym opis matematyczny, a także zaprezentowano wyniki przeprowadzonych eksperymentów obliczeniowych.

## 2. Opis linii montażowej i metody

Metoda reharmonogramowania dotyczy jednokierunkowych linii montażowych, w przypadku których nie ma maszyn równoległych oraz buforów międzyoperacyjnych. Przykładową konfigurację linii montażowej przedstawiono jest na rysunku 1. Urządzeniami pomocniczymi są podajniki części składowych. Pierwsza operacja montażowa dotycząca danego produktu polega na zamontowaniu części bazowej w uchwycie montażowym. Pozostałe operacje montażowe polegają na domontowaniu podzespołu lub części składowej dostarczonej z podajnika części do uprzednio zmontowanych części.



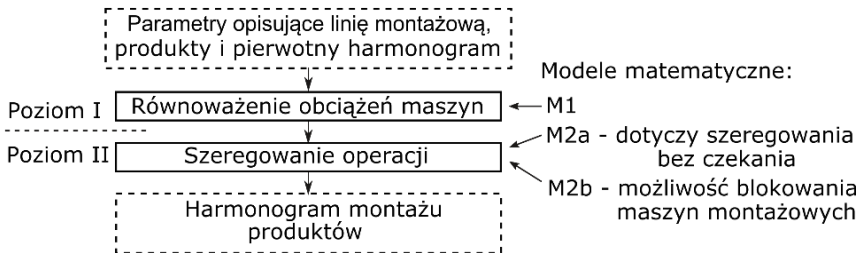
**Rys. 1.** Przykładowa konfiguracja linii montażowej bez buforów

Zadanie reharmonogramowania montażu, którego dotyczy opracowana metoda, zostało sformułowane następująco: mając dane parametry opisujące linię montażową oraz operacje montażowe przyporządkowane poszczególnym produktom, należy zbudować najkrótszy harmonogram montażu. Wykaz parametrów zamieszczony jest w następnym rozdziale.

W związku z brakiem buforów międzyoperacyjnych wzięto pod uwagę dwa przypadki:

1. szeregowanie bez czekania, w przypadku którego przerwy pomiędzy operacjami montażowymi dotyczącymi danego produktu przeznaczone są wyłącznie na transport tego montowanego produktu pomiędzy maszynami;
2. możliwość blokowania maszyn przez produkty – maszyna pełni rolę bufora międzyoperacyjnego w przypadku, w którym produkt nie może być przetransportowany do kolejnej maszyny montażowej.

Rozwiązanie opisanego zadania oparte jest na dwupoziomowej metodzie, której schemat blokowy przedstawiony jest na rysunku 2.



**Rys. 2.** Schemat blokowy hierarchicznej metody reharmonogramowania montażu

W przypadku poziomu I opracowanej metody rozwiązywane jest zadanie równoważenia obciążeń maszyn. Operacje montażowe przydzielane są tak do maszyn, aby różnice pomiędzy czasami ich obciążeń były jak najmniejsze. Zachowane są przydziały tych operacji do maszyn, które mają być wykonywane wg pierwotnego harmonogramu, a więc nie dotyczy ich reharmonogramowanie. Poziom II metody polega na wyznaczaniu czasów rozpoczęcia wykonywania operacji, które zapewnią zbudowanie harmonogramu o najkrótszej długości.

Poszczególnym poziomom metody przyporządkowane są modele matematyczne zadań programowania całkowitoliczbowego. Oznaczenia tych modeli wyszczególniono na rysunku 2. Prezentacja modeli matematycznych zamieszczona jest w następnym rozdziale.



### 3. Modele matematyczne dotyczące metody

W modelach matematycznych zadań programowania całkowitoliczbowego zastosowano oznaczenia zestawione w tabeli 1.

**Tabela 1**  
Zestawienie oznaczeń zastosowanych w modelach matematycznych

Zbiory	
$I$	– zbiór maszyn montażowych; $I = \{1, \dots, M\}$ ;
$I_j$	– zbiór maszyn zdolnych do wykonania operacji $j$ ;
$J$	– zbiór typów operacji montażowych; $J = \{1, \dots, N\}$ ;
$J^C$	– zbiór operacji montażowych, w przypadku których wymagane jest wykorzystanie podajnika części składowych, $J^C \subset J$ ;
$J_k$	– zbiór operacji montażowych dotyczących produktu $k$ , gdzie $J_k \subset J$ ;
$K$	– zbiór montowanych produktów, $K = \{1, \dots, W\}$ ;
$K^1$	– zbiór produktów montowanych wg pierwotnego harmonogramu, $K^1 \subset K$ ,
$K^2$	– zbiór produktów, w przypadku których dokonywane jest reharmonogramowanie, $K^2 \subset K$ ;
$L$	– zbiór przedziałów czasowych; $L = \{1, \dots, H\}$ ;
$R$	– zbiór uporządkowanych trójek $(k, r, j)$ dotyczących produktu $k \in K$ , w przypadku których wykonanie operacji $r \in J_k$ bezpośrednio poprzedza wykonanie operacji $j \in J_k$ ;
$U$	– zbiór trójek $(i, k, l)$ , w przypadku których montowany wg pierwotnego harmonogramu na maszynie $i \in I$ w przedziale czasowym $l \in L$ ;
$Y$	– zbiór trójek $(i, k, l)$ , w przypadku których maszyna $i$ jest obciążona przez produkt $k \in K^1$ (pełni rolę bufora) w przedziale czasowym $l$ ;
Parametry	
$a_{ij}$	– przestrzeń robocza wykorzystana na maszynie $i$ w przypadku wykonywania operacji $j$ ;
$b_i$	– całkowita przestrzeń robocza maszyny $i$ ;
$g_{ci}$	– czas transportu pomiędzy maszyną $\tau$ oraz $i$ ;
$n_{il}$	– jeżeli maszyna $i$ jest dostępna w przedziale czasowym $l$ , to $n_{il} = 1$ , inaczej $n_{il} = 0$ ;
$p_{ik}^1$	– czas montażu produktu $k \in K^1$ na maszynie $i \in I$ ;
$p_{jk}^2$	– czas wykonywania operacji $j \in J_k$ dotyczącej produktu $k \in K^2$ ;
$t_{ik}$	– czas wykonywania na maszynie $i$ operacji dotyczących produktu $k$ (dotyczy wyłącznie modeli M2a i M2b, jest to rozwiązanie zadania sformułowanego w modelu M1, czyli dotyczącego poziomu I);
Zmienne dotyczące poziomu I metody – zastosowane w modelu M1	
$x_{ij}$	– jeżeli operację typu $j$ przydzielono do maszyny $i$ , to $x_{ij} = 1$ , w przeciwnym przypadku $x_{ij} = 0$ ;
$z_{ijk}$	– jeżeli na maszynie $i$ wykonywana jest operacja $j$ dotycząca produktu $k \in K$ , to $z_{ijk} = 1$ , w przeciwnym przypadku $z_{ijk} = 0$ ;
$P_{\max}$	– czas obciążenia maszyny stanowiącej wąskie gardło w linii montażowej;

---

Zmienne dotyczące poziomu II metody – zastosowane w modelach M2a i M2b

---

- $q_{ikl}$  – jeżeli produkt  $k$  jest montowany na maszynie  $i$  w przedziale czasowym  $l$ , to  $q_{ikl} = 1$ , w przeciwnym przypadku  $q_{ikl} = 0$ ;
- $w_{ikl}$  – jeżeli maszyna  $i$  jest blokowana przez produkt  $k$  (pełni rolę bufora) w przedziale czasowym  $l$ , to  $w_{ikl} = 1$  – dotyczy wyłącznie modelu M2b.
- 

Struktura danych umożliwia uwzględnienie pierwotnego harmonogramu w procesie reharmonogramowania. Jak można zauważyć, analizując tabelę 1, zbiór wszystkich montowanych produktów  $K$  jest sumą dwóch rozłącznych podzbiorów: zbioru  $K^1$ , do którego należą produkty montowane wg pierwotnego harmonogramu, oraz zbioru  $K^2$ , którego elementami są produkty, w przypadku których konieczne jest nowe uszeregowanie operacji montażowych. Informacje dotyczące pierwotnego harmonogramu zakodowane zostały za pomocą zbiorów  $U$  i  $Y$ . Zbiór  $U$  odzwierciedla rozdzielenie operacji w przestrzeni (ich przydział do maszyn) oraz w czasie. Pełnienie roli bufora przez poszczególne maszyny zostało natomiast zakodowane za pomocą elementów zbioru  $Y$ , który dotyczy wyłącznie modelu M2b.

Każda z maszyn montażowych  $i$  charakteryzuje się ograniczoną przestrzenią roboczą  $b_i$ , w której umieszczone mogą być podajniki części. Operacja domontowania części do zespołu uprzednio zmontowanych części wymaga jej pobrania z podajnika. W takiej sytuacji przydział operacji  $j$  do maszyny  $i$  wymaga równocześnie zarezerwowania przestrzeni roboczej  $a_{ij}$ . W tabeli 1 wyszczególniony został zbiór operacji, w przypadku których wymagane jest wykorzystanie podajnika części, oznaczony jako  $J^c$ .

Montaż produktów odbywa się zgodnie z danymi sekwencjami montażowymi. Ograniczenia kolejności wykonywania operacji dotyczących danych produktów zakodowane zostały za pomocą zbioru  $R$ .

Przedstawiona w tabeli struktura danych i zmiennych zastosowana została w modelach zadań programowania całkowitoliczbowego (PC).

Model M1 dotyczy poziomu I metody i przeznaczony jest do równoważenia obciążeń maszyn montażowych, czego konsekwencją jest przydział operacji do maszyn.

Oto model matematyczny M1 (Magiera, 2020a):

$$\text{Zminimalizować:} \quad P_{\max} \quad (1)$$

Przy ograniczeniach:

$$\sum_{k \in K^1} p_{ik}^1 + \sum_{k \in K^2} \sum_{j \in J_k} p_{jk}^2 z_{ijk} + \sum_{l \in L} (1 - n_{il}) \leq P_{\max}; \quad i \in I \quad (2)$$

$$\sum_{j \in J} x_{ij} \geq 1; \quad i \in I \quad (3)$$

$$\sum_{j \in J^c} a_{ij} x_{ij} \leq b_i; \quad i \in I \quad (4)$$

$$x_{ij} = 0; \quad i \notin I; \quad j \in J \quad (5)$$

$$z_{ijk} \leq x_{ij}; \quad i \in I; \quad j \in J_k; \quad k \in K^2 \quad (6)$$

$$\sum_{i \in I} z_{ijk} = 1; \quad j \in J_k; \quad k \in K^2 \quad (7)$$

$$\sum_{i \in I} z_{irk} \leq \sum_{i \in I} z_{ijk}; \quad (k, r, j) \in R \quad (8)$$

$$x_{ij}, z_{ijk} \in \{0, 1\}; \quad i \in I; \quad j \in J; \quad k \in K^2 \quad (9)$$

Minimalizowana wartość  $P_{\max}$  (1) reprezentuje obciążenie najbardziej obciążonej maszyny. Obliczane jest ono za pomocą ograniczenia (2), w przypadku którego w wyznaczaniu obciążenia maszyny uwzględnione są operacje dotyczące pierwotnego harmonogramu, operacje wymagające reharmonogramowania oraz ograniczona dostępność maszyn. Ten ostatni składnik obejmuje planowane przestoje maszyn, do których należą m.in. przerwy na konserwacje, remonty. Rozdzielenie wszystkich typów operacji wymagających reharmonogramowania pomiędzy maszyny gwarantuje ograniczenie (3). Każdy typ operacji przydzielany jest do co najmniej jednej maszyny montażowej, co jest charakterystyczne w przypadku alternatywnych marszrut montażu. Jeżeli wykonanie operacji montażowej wymaga wykorzystania podajnika części, to równocześnie rezerwowana jest odpowiednia objętość przestrzeni roboczej danej maszyny, a zapewnia to ograniczenie (4). Za pomocą tej relacji sprawdzane jest, czy nie została przekroczona dopuszczalna objętość przestrzeni roboczej zajętej przez podajniki. W linii montażowej umieszczone są specjalistyczne maszyny, którym za pomocą zbiorów  $I_j$  (gdzie  $j \in J$ ) określono możliwości wykonywania poszczególnych typów operacji. Eliminacja przydziałów operacji do niewłaściwych maszyn została zrealizowana za pomocą równania (5). Ograniczenie (6) gwarantuje przydział poszczególnych operacji do tych maszyn, którym przydzielono odpowiednie typy operacji, co dokonano za pomocą ograniczenia (3). Każda operacja ma zostać wykonana na dokładnie jednej maszynie, a gwarantuje to ograniczenie (7). Uwzględnienie kolejności wykonywania operacji zgodnie z danymi sekwencjami montażowymi oraz jednokierunkowy przepływ produktów przez linię montażową zapewnia ograniczenie (8). Odpowiednie typy zmiennych gwarantuje ograniczenie (9).

Rozwiązaniem zadania, którego dotyczy opisany model M1, są przydziały operacji do maszyn. Znane są one dzięki wartościom wyznaczonych zmiennych  $z_{ijk}$ . Wartości tych zmiennych oraz czasy wykonywania operacji uwzględniono w równaniu (10). Za pomocą tego równania wyznaczane są wartości parametrów  $t_{ik}$  – czasy obciążeń poszczególnych maszyn  $i$  przez dane produkty  $k$ . Stanowią one dane wejściowe w przypadku zadania przypisanego do poziomu II metody.

$$t_{ik} = \sum_{j \in J_k} p_{jk}^2 z_{ijk}; \quad i \in I; \quad k \in K^2 \quad (10)$$

W przypadku modeli M2a i M2b dotyczących poziomu II cechą charakterystyczną jest podział szacowanej długości uszeregowania na jednostkowe przedziały czasowe  $l$ . Liczba tych przedziałów czasowych  $H$  (tab. 1) jest wyznaczana na podstawie procedury opracowanej przez Magierę (2013). Model M2a zapewnia szeregowanie bez czekania, natomiast model M2b umożliwia blokowanie maszyn przez produkty oczekujące na operację.

Oto modele matematyczne M2a i M2b:

$$\text{Zminimalizować:} \quad \sum_{i \in I} \sum_{k \in K} \sum_{l \in L} q_{ikl} \quad (11)$$

$$\sum_{k \in K} q_{ikl} \leq n_{il}; \quad i \in I; \quad l \in L \quad (12)$$

$$\sum_{l \in L} q_{ikl} \leq t_{ik}; \quad i \in I; \quad k \in K^2 \quad (13)$$

$$q_{ikl} = 1; \quad (i, k, l) \in U \quad (14)$$

$$\frac{\sum_{l \in L} l q_{ikl}}{t_{ik}} - \frac{\sum_{l \in L} l q_{\tau kl}}{t_{\tau k}} - \frac{t_{ik} + t_{\tau k}}{2} \geq g_{\tau i}; \quad k \in K^2; \quad \tau, i \in I; \quad \tau < i; \quad t_{ik}, t_{\tau k} > 0 \quad (15)$$

$$q_{ikl} - f q_{ikf} \leq t_{ik} - 1 + (H+1)(1 - q_{ikf}); \quad i \in I; \quad l, f \in L; \quad l > f; \quad k \in K^2 \quad (16)$$

$$q_{ikl} \in \{0, 1\}; \quad i \in I; \quad k \in K; \quad l \in L \quad (17)$$

Tylko w przypadku modelu M1a (dotyczącego szeregowania bez czekania):

$$l q_{ikl} - f q_{\tau kf} - 1 \leq g_{\tau i} + t_{\tau k} + t_{ik} - 1 + (H+1)(1 - q_{\tau kf}) \quad (18)$$

$$\tau, i \in I; \quad \tau < i; \quad f \in L; \quad f < l; \quad k \in K^2; \quad t_{\tau k}, t_{ik} \geq 0; \quad \sum_{r=\tau}^i t_{rk} = t_{\tau k} + t_{ik}$$

Tylko w przypadku modelu M1b (maszyny mogą pełnić rolę buforów):

$$w_{ikl} = 1; \quad (i, k, l) \in Y \quad (19)$$

$$w_{ikl} \leq \sum_{f \in L} q_{ikf}; \quad i \in I; \quad k \in K; \quad l \in L \quad (20)$$

$$\frac{\sum_{l \in L} l q_{ikl}}{t_{ik}} - \frac{\sum_{l \in L} l q_{\tau kl}}{t_{\tau k}} - \frac{t_{ik} + t_{\tau k}}{2} - g_{\tau i} = \sum_{l \in L} w_{\tau kl} \quad (21)$$

$$k \in K^2; \quad \tau, i \in I; \quad \tau < i; \quad t_{\tau k}, t_{ik} > 0; \quad \sum_{r=\tau}^i t_{rk} = t_{\tau k} + t_{ik}$$

$$l w_{ikl} \geq \frac{\sum_{f \in L} f q_{ikf}}{t_{ik}} + \frac{t_{ik} + 1}{2} - (H+1)(1 - w_{ikl}) \quad (22)$$

$$k \in K^2; \quad i \in I; \quad t_{ik} > 0; \quad l \in L; \quad \sum_{r \in I: i \leq r} t_{rk} > t_{ik}$$

$$lw_{\tau kl} \leq \frac{\sum_{f \in L} fq_{ikf}}{t_{ik}} - \frac{t_{ik} + 1}{2} - g_{\tau i} + (H + 1)(1 - w_{\tau kl}) \quad (23)$$

$$k \in K^2; l \in L; \tau, i \in I; \tau < i; t_{\tau k}, t_{ik} > 0; \sum_{r=\tau}^i t_{rk} = t_{\tau k} + t_{ik}$$

$$\sum_{k \in K} (q_{ikl} + w_{ikl}) \leq 1; i \in I; l \in L \quad (24)$$

$$w_{ikl} \in \{0,1\}; i \in I; k \in K; l \in L \quad (25)$$

Minimalizacja wartości sumy (11) zapewnia budowę harmonogramów montażu o najkrótszych długościach. Każda maszyna montażowa w danym okresie może być obciążona przez co najwyżej jeden produkt, ale tylko w przypadku dostępności tej maszyny w tym czasie, a zapewnia to ograniczenie (12). Rozdzielenie pomiędzy maszyny wszystkich operacji wymagających reharmonogramowania gwarantuje ograniczenie (13). Możliwość montażu produktów wg pierwotnego harmonogramu zapewnia ograniczenie (14). Dotyczy to wyłącznie produktów, w przypadku których zadeklarowano taką możliwość, i zostało to zadeklarowane za pomocą zbioru  $U$  (tab. 1). Warunek (15) gwarantuje przestrzeganie ograniczeń dotyczących kolejności wykonywania operacji oraz jednokierunkowy przepływ produktów przez linię montażową. Operacje montażowe są niepodzielne w czasie (wykonywane w sposób ciągły) oraz w przestrzeni (dana operacja wykonywana jest na jednej maszynie), co zostało zapewnione dzięki ograniczeniu (16). Odpowiednie typy zmiennych gwarantuje ograniczenie (17).

Ograniczenie (18) dotyczy wyłącznie modelu M1a. Zapewnia ono szeregowanie bez czekania.

Ostatni blok zaprezentowanych ograniczeń dotyczy blokowania maszyn przez produkty oczekujące na wykonanie operacji. Ograniczenia te przypisane są wyłącznie modelowi M1b. Dzięki ograniczeniu (19) uwzględnione zostały blokowania maszyn wynikające z pierwotnego harmonogramu – przez produkty, których nie dotyczy reharmonogramowanie. Ograniczenie (20) zapewnia blokowanie tylko tych maszyn, którym przydzielono operacje montażowe. Do wyznaczenia czasu blokowania maszyny przez produkt służy równanie (21). Ograniczenie (22) gwarantuje, że w przypadku konieczności pełnienia przez maszynę roli bufora blokowana jest ta maszyna, na której zakończono operację dotyczącą danego produktu, i odbywa się to bezpośrednio po zakończeniu tej operacji. Ograniczenie (23) zapewnia natomiast blokowanie maszyny przed czasem transportu produktu do kolejnej maszyny montażowej. Maszyna nie może równocześnie pełnić roli bufora i wykonywać operację montażową, co zostało osiągnięte dzięki ograniczeniu (24). Binarność zmiennych dotyczących blokowania maszyn zapewnia ograniczenie (25).

## 4. Eksperymenty obliczeniowe

Przedstawione w tym rozdziale modele matematyczne zostały przetestowane za pomocą eksperymentów obliczeniowych. Wykorzystany został solver GUROBI (Gurobi Optimization, b.d.) oraz procesor CPU Intel Core i7-8550U 4 GHz. Eksperymentami objęto pięć grup zadań testowych. Parametry tych grup zadań oraz wyniki eksperymentów zestawiono w tabeli 2.

**Tabela 2**

Parametry grup zadań testowych i wyniki eksperymentów obliczeniowych

Grupa	Parametry grup zadań testowych					Wyniki eksperymentów		
	<i>M</i>	<i>N</i>	<i>W</i>	<i>U</i>	<i>H</i>	$d_1$ [%]	$d_2$ [%]	$d_3$ [%]
1	4	10	4	8	16	18,0	5,2	4,4
2	6	12	4	8	18	17,6	5,1	4,3
3	6	14	5	10	18	16,1	4,7	4,1
4	8	14	5	12	20	14,8	4,2	3,1
5	8	16	6	14	22	13,5	3,8	3,1

Liczby: *M* – maszyn montażowych, *N* – typów operacji, *W* – typów produktów, *U* – produktów, *H* – przedziałów czasowych

Zdefiniowano trzy wskaźniki dotyczące przeprowadzonych eksperymentów obliczeniowych. Wskaźnik  $d_1$  zdefiniowano za pomocą równania (26). Służy on do porównania długości harmonogramu dotyczącego szeregowania bez czekania z długością uszeregowania operacji w przypadku możliwości pełnienia roli buforów międzyoperacyjnych przez maszyny montażowe.

$$w_1 = \frac{c_{\max}^{M1,M2a} - c_{\max}^{M1,M2b}}{c_{\max}^{M1b,M2}} \cdot 100\% \quad (26)$$

gdzie  $c_{\max}^M$  – długość uszeregowania wyznaczona po zastosowaniu modelu *M* oraz równania (27).

$$C_{\max}^M = \max_{i \in I, k \in K, l \in L} lq_{ikl} \quad (27)$$

Kolejne dwa wskaźniki umożliwiają ocenę proponowanej metody – wyznaczenie odchyłek od optimum dotyczących długości wyznaczanych harmonogramów. Optymalne długości harmonogramów w przypadku szeregowania bez czekania wyznaczono za pomocą metody opisaną przez Magierę (2016: 98). Długości tych harmonogramów oznaczono  $c_{\max}^{NW*}$ . Magiera (2016: 97) opracował również metodę budowy harmonogramów, w przypadku której możliwe jest blokowanie maszyn przez produkty oczekujące na wykonanie kolejnych operacji. Optymalne długości tych har-

monogramów oznaczono  $c_{\max}^{B^*}$ . Wskaźniki, których wartości wyznaczane są w celu porównań rozwiązań przybliżonych z optymalnymi, są zdefiniowane w równaniach (28) i (29). Wskaźnik  $w_2$  dotyczy szeregowania bez czekania, natomiast wskaźnik  $w_3$  stosowany jest, gdy maszyny mogą być blokowane przez produkty oczekujące na wykonanie kolejnych operacji. W przypadku wyznaczania rozwiązań optymalnych przyjęto założenie, że wszystkie produkty wymagają reharmonogramowania.

$$w_2 = \frac{c_{\max}^{M1,M2a} - c_{\max}^{NW^*}}{c_{\max}^{NW^*}} \cdot 100\% \quad (28)$$

$$w_3 = \frac{c_{\max}^{M1,M2b} - c_{\max}^{B^*}}{c_{\max}^{B^*}} \cdot 100\% \quad (29)$$

W tabeli 2 zestawiono średnie wartości opisanych wskaźników. Wartości wskaźnika  $d_1$  wykazują, że w przypadku szeregowania bez czekania wyznaczane były harmonogramy o 13,5–18% dłuższe w porównaniu do długości harmonogramów dotyczących linii montażowych, w przypadku których dopuszczona została możliwość pełnienia roli buforów przez maszyny. Zastosowanie modelu M1a skutkowało również wydłużeniem czasu obliczeń o około 11–12% w porównaniu z wykorzystaniem modelu M2b.

W tabeli 2 podano również średnie wartości odchyłek od optimum wyznaczonych długości harmonogramów. W przypadku szeregowania bez czekania są to wartości wskaźnika  $w_2$  i wynoszą one 3,8–5,2%. Lepsze wyniki uzyskano w przypadku możliwości blokowania maszyn przez produkty oczekujące na wykonanie następnych operacji. Średnie wartości wskaźnika  $w_3$  wynoszą 3,1–4,4%. Rozwiązania za pomocą opisanej dwupoziomowej metody wyznaczane były w czasie od 6 do 9 razy krótszym od czasu obliczeń dotyczącego metody zapewniającej wyznaczenie rozwiązania optymalnego.

## 5. Uwagi końcowe

Dzięki zastosowaniu w zaprezentowanej metodzie reharmonogramowania montażu hierarchicznej koncepcji mogą być rozwiązywane problemy o znacznych rozmiarach w relatywnie krótkim czasie. Jest to istotne zwłaszcza w sytuacjach, gdy jest nagła potrzeba uaktualnienia pierwotnego harmonogramu. To największa korzyść wynikająca ze stosowania przedstawionej metody.

Kolejną zaletą opracowanej metody jest możliwość montażu wybranych przez decydenta produktów zgodnie z pierwotnym harmonogramem. Dzięki temu wybrane zlecenia mogą być wykonane zgodnie z wcześniej wyznaczonymi terminami.

Uwzględnienie ograniczonej dostępności maszyn oraz wyszczególnienie operacji wymagających użycia podajników części przyczyniło się do lepszego odzwierciedlenia rzeczywistości w zbudowanych modelach matematycznych dotyczących opisanej metody. Modele te oczywiście mogą być zmodyfikowane, dopasowane do zmieniających się warunków procesu montażu.

Chociaż za pomocą przedstawionej metody wyznaczane są rozwiązania przybliżone, to rozwiązanie każdego z zadań cząstkowych przypisanych poszczególnym poziomom metody jest optymalne ze względu na zastosowane kryterium optymalności. Zostało to osiągnięte dzięki wykorzystaniu programowania całkowitoliczbowego. Rozwój techniki komputerowej i oprogramowania sprzyja stosowaniu tego narzędzia badań operacyjnych.

Planowana jest kontynuacja badań dotycząca reharmonogramowania montażu, również w przypadku linii montażowych bez buforów międzyoperacyjnych. Uwzględniona zostanie linia montażowa z maszynami równoległymi. Planowana jest budowa heurystyk relaksacyjnych, w których wykorzystane będą zaprezentowane modele matematyczne.

## Literatura

- Chan F.T.S., Li N., Chung S.H., Saadat M., 2017: *Management of sustainable manufacturing systems – a review on mathematical problems*, International Journal of Production Research, vol. 55, no. 4, s. 1210–1225.
- González-Neira E.M., Montoya-Torres J.R., Barrera D., 2017: *Flow-shop scheduling problem under uncertainties: Review and trends*, International Journal of Industrial Engineering Computations, no. 8, s. 399–426.
- Gurobi Optimization, b.d.: [www.gurobi.com](http://www.gurobi.com).
- Katragjini K., Vallada E., Ruiz R., 2013: *Flow shop rescheduling under different types of disruption*, International Journal of Production Research, vol. 51, no. 3, s. 780–797.
- Komaki G.M., Sheikh S., Malakooti B., 2019: *Flow shop scheduling problems with assembly operations: a review and new trends*, International Journal of Production Research, vol. 57, no. 10, 2019, s. 2926–2955.
- Magiera M., 2013: *A relaxation heuristic for scheduling flowshops with intermediate buffers*, Bulletin of the Polish Academy of Sciences. Technical Sciences, vol. 61, no. 4, s. 929–942.
- Magiera M., 2016: *Wybrane metody planowania przepływów produktów przez linie produkcyjne i łańcuchy dostaw*, Wydawnictwa AGH, Kraków, „Rozprawy. Monografie”, nr 312.
- Magiera M., 2020a: *Hierarchical method of rescheduling for assembly lines with intermediate buffers*, Technologia i Automatyka Montażu, nr 2, s. 4–8.
- Magiera M., 2020b: *Method of rescheduling for hybrid production lines with intermediate buffers*, Archives of Control Sciences, vol. 30, no. 2, s. 213–231.
- Ronconi D.P., Birgin E.G., 2012: *Mixed-Integer Programming Models for Flowshop Scheduling Problems Minimizing the Total Earliness and Tardiness*, [w:] Ríos-Mercado R., Ríos-Solís Y. (eds.), *Just-in-Time Systems*, Springer-Verlag New York, “Springer Optimization and Its Applications”, vol. 60.
- Rossit D.A., Tohmé F., Frutos M., 2018: *The Non-Permutation Flow-Shop scheduling problem: A literature review*, Omega, no. 77, s. 143–153.



- Sawik T., 1999: *Production Planning and Scheduling in Flexible Assembly Systems*, Springer-Verlag Berlin–Heidelberg.
- Sawik T., 2004: *Loading and scheduling of a flexible assembly system by mixed integer programming*, European Journal of Operational Research, vol. 154, no. 1, s. 1–19.
- Vieira G.E., Herrmann J.W., Lin E., 2003: *Rescheduling Manufacturing Systems: A Framework of Strategies, Policies and Methods*, Journal of Scheduling, vol. 6, iss. 1, s. 39–62.
- Yadav A., Jayswal S.C., 2018: *Modelling of flexible manufacturing system: a review*, International Journal of Production Research, vol. 56, no. 7, s. 2464–2487.
- Zhang F.X., 2014: *A Review of Hierarchical Fixed Priority Scheduling*, Applied Mechanics and Materials, no. 536–537, s. 566–569.

## HIERARCHICAL METHOD OF ASSEMBLY RESCHEDULING FOR ASSEMBLY LINES WITHOUT INTERMEDIATE BUFFERS

**Summary:** The COVID-19 pandemic disrupted the supply of components of assembly line-mounted products. Therefore, it is not always possible to assemble products according to the original schedule. A partial solution to this problem is re-scheduled, which is a re-construction of a schedule that takes into account the original schedule. This is an update to the original schedule due to a change in the conditions of the production process. A two-level method of assembly rescheduling for assembly lines without intermediate buffers is proposed in the paper. Two cases are regarded in the method: no-wait scheduling and possibility of the blocking machines by products waiting for assembly operations. The first level of the described method concerns balancing the load of the assembly machines, assembly operations are assigned to machines. Starting times of individual assembly operations are determined at the second level of the hierarchical method. The mathematical model of integer programming task is assigned to each level of the method. The proposed heuristic method is used to construction of the shortest schedules. It's possible to solve problems of large size in a relatively short time using proposed heuristic method. The results of computational experiments on the developed method are presented in the paper. The lengths of schedules for both product flow organizations – scheduling without waiting and blocking machines by products – are compared. In addition, the obtained heuristic solutions were compared with optimal solutions.

**Keywords:** production planning, scheduling, flowshop, assembly, heuristics



# HYBRYDOWA KONCEPCJA STEROWANIA PARKINGIEM ZE ZMIENNĄ KONFIGURACJĄ<sup>1</sup>

Aleksandra LATOS\*, Jerzy MIKULIK\*\*

\* AGH Akademia Górniczo-Hutnicza w Krakowie, Szkoła Doktorska

\*\* AGH Akademia Górniczo-Hutnicza w Krakowie, Wydział Zarządzania, Katedra Informatyki Biznesowej i Inżynierii Zarządzania

**Streszczenie:** W publikacji przedstawiono nowe rozwiązanie, opisano niezbędne zmiany infrastruktury i pokazano kilka przykładów, jak nowy system wspomaga i poprawia wydajność obszaru parkingowego. Opracowaną koncepcję nazwano hybrydową, ponieważ łączy w sobie dwa systemy: przydzielanie miejsca parkingowego w czasie rzeczywistym i rekonfigurację parkingu pod wcześniej przyjęte założenie o jego przepustowości. Po każdej nieplanowanej wcześniej zmianie system reaguje i może przekonfigurować parking pod nowe założenia. Oczywiście samochody stoją w niezmienionym miejscu, ponieważ rozważany przypadek opiera się na parkingu naziemnym o nawierzchni stałej, bez systemu transportu aut. Rekonfiguracji podlegają same miejsca, które zmieniają kształt oraz wzajemne ustawienie (tylko jeżeli są wolne). System może się też opierać na liniach wyświetlanych laserowo lub podświetlanych ledowych liniach zainstalowanych poniżej lub w poziomie parkingu (na tym rozwiązaniu skupiono się w publikacji). W ten sposób możliwe jest uzyskanie dobowej przepustowości parkingu większej nawet o 20%, a jeżeli przyjmujemy, że możemy rekonfigurować parking np. co 60 minut, to ta przepustowość zwiększa się nawet o 50%. Wielu pracowników mających zadaniowy czas pracy nie potrzebuje miejsca na pełne 8 godzin, więc mogą je sobie zablokować np. na 4 godziny, a inny pracownik wykorzysta pozostały czas, co da zwiększenie wydajności dobowej miejsca o 100%. Jeżeli mamy kilku pracowników, którzy do firmy przyjeżdżają tylko po dokumenty, to jedno miejsce może od godziny 7:00 do 16:00 zwiększyć swoją wydajność kilkukrotnie, a przy pracy wielozmianowej mamy kolejne mnożenia. Ciężko jest określić ogólny wzrost wydajności, dlatego wyjątkowo bezpiecznie można przyjąć, że będzie to około 20%.

**Słowa kluczowe:** parking hybrydowy, zarządzanie, system parkingowy, koncepcja parkingowa

## 1. Wprowadzenie

Aby zrozumieć, jak ważnym zagadnieniem jest koncepcja parkingu, który może dostosować się do aktualnych potrzeb, należy uzmysłowić sobie, jak wiele może istnieć potrzeb związanych z parkingiem. W przypadku małych i średnich parkingów niezwykle istotne

---

<sup>1</sup> Wydanie publikacji zostało sfinansowane przez Akademię Górniczo-Hutniczą im. Stanisława Staszica w Krakowie (subwencja na utrzymanie i rozwój potencjału badawczego).

jest maksymalne wykorzystanie miejsca. Jest to bardzo trudne, jeżeli mamy do czynienia ze zmiennym środowiskiem, czyli różne samochody parkujące w różnych godzinach. W dobie panującej obecnie pandemii jest to jeszcze bardziej zawile zagadnienie, ponieważ przez pracę zdalną i zmiany godzinne parkingi bardzo często nie są odpowiednio wykorzystywane, a przypisanie miejsca na stałe generuje problem jego wykorzystania. Analiza zróżnicowania wielkości aut, jakie mogą na parkingu parkować, oraz zmienność zapotrzebowania godzinowego pracowników na parkowanie sprawia, że znacząco maleje efektywne wykorzystanie miejsca dostępnego na zatrzymanie i czasowe pozostawienie auta w wyznaczonym miejscu, potocznie nazywane parkowaniem. Ze względu na charakter pracy różnych pracowników występują różne potrzeby parkowania, np. grupa zarządzająca, czyli zarząd i dyrektorzy, potrzebują miejsca na około 3 godziny dziennie w różnych porach (w takich, w jakich mają zaplanowane spotkania). Przedstawiciele firmowi bardzo rzadko korzystają z parkingu dłużej niż 2 godziny w ciągu danej doby, ponieważ ich praca związana jest z delegacjami / podróżami służbowymi, podczas których odwiedzają nowych i stałych klientów. Pracownicy administracyjny potrzebują parkingu na zazwyczaj 8 godzin od 7:00 do 15:00, z wyjątkami na pracę od 8:00 do 16:00 lub od 9:00 do 17:00. Kurierzy przyjeżdżający do firmy również potrzebują miejsca, by się na chwilę zatrzymać i dostarczyć paczki, aby nie blokować ruchu na drodze publicznej. Uwzględniając z odpowiednim wyprzedzeniem wszystkie zaistniałe potrzeby i dodając dodatkowe informacje, możemy opracować system sterowania parkingiem, jaki nazwano w tej publikacji hybrydowym systemem sterowania parkingiem ze zmienną konfiguracją, który znacząco udoskonali aktualną infrastrukturę i jej zarządzanie, zwiększając efektywność parkowania, co przełoży się na zadowolenie pracowników. Rekonfiguracja miejsc połączona ze zmianą ich długości pod wskazane auto to coś nowatorskiego, co pozwoli na wyeliminowanie niewykorzystanego miejsca w obszarze parkingowym. Należy jednak tutaj nadmienić, że wszystkie miejsca pozostają w niezmiennym wymiarze szerokości 250 cm, aby nie komplikować wsiadania i wysiadania kierowcy oraz pasażera. Zebrane dane dotyczące aut, jakie przyjadą na parking, są analizowane przez system komputerowy, a odpowiedni algorytm wyznacza ramy czasowe parkowania i przydziela miejsce dla auta identyfikującego się danym numerem rejestracyjnym.

## **2. Analiza literaturowa i patentowa stanu techniki**

W zawężonym obszarze zarządzania parkingiem i jego rozszerzonymi funkcjami oraz w zakresie nowych systemów wspomaganie parkowania można znaleźć wiele publikacji. Dotyczą one najczęściej systemów podpowiadania lub wskazywania miejsca parkingowego, systemów inteligentnego wybierania miejsca czy wcześniejszego wykrywania jego dostępności na całym parkingu lub na fragmencie (obszarze). Wyselekcjonowane pod kątem podobieństwa publikacje opisują zazwyczaj rozwiązania na szeroką skalę dla parkingów wielopoziomych z głównym przeznaczeniem do użytku publicznego. Wszystkie tego typu publikacje traktują jednak niezmiennie miejsce w określonych normach wymiarowych długość/szerokość (oczywiście w stosunku do lokalnego prawa), a skupiają się bardziej na odpowiedzi dla kierowcy, jak i gdzie może on miejsce znaleźć.

W publikacji Aty i in. (2019) przedstawiono algorytm komputerowy optymalnego wskazywania/podpowiedzi przestrzeni do parkowania pojazdem. Baroffio i in. (2015) przedstawiają system detekcji, wykrywania wolnego miejsca parkingowego. Z kolei Keikhosrokiani i in. (2012) pokazują system informacji o dostępności miejsca parkingowego rozbudowany o opcję wskazania bezpośredniego, gdzie pojazd może zostać zaparkowany. Natomiast inne publikacje (Wang i He, 2011; Kotb i in., 2016; Lanza i in., 2016; Niculescu i in., 2016;) opisują w różny sposób oprogramowanie śledzące aktualnie wolne miejsca parkingowe w danej lokalizacji. Oprogramowania te w trybie online dają informacje bezpośrednio kierowcy, dodatkowo przekazując wytyczne ułatwiające dojazd. Pham i in. (2015) oraz Kotb i in. (2017) opisują systemy, gdzie informacje o miejscach parkingowych są zbierane, przetwarzane i przesyłane do serwerów, skąd następnie pobierają je aplikacje i rozsyłają do odbiorców kierowców w celu udzielenia informacji o dostępności miejsca, systematyczności jego zwalniania oraz ewentualnie obciążenia godzinowego.

Wyselekcjonowano i przeanalizowano również patenty w wybranej dziedzinie, które szerzej wymieniono i opisano poniżej. Należy też zwrócić uwagę na rok zgłoszenia i zakres ochronny. Patenty wygasłe nie wnoszą dodatkowych obostrzeń związanych z potencjalnym wdrożeniem, ale pokazują, że podjęta tematyka była i jest na tyle ważna, aby ponosić opłaty z tytułu pierwszeństwa.

W swoim patencie Bulliot i in. (2019) przedstawiają wynalazek dotyczący sposobu klasyfikowania miejsc parkingowych w okolicy pojazdu wyposażonego w dodatkowy system wspomagania, na który składają się co najmniej jeden czujnik otoczenia i jeden czujnik dodatkowy. Czujniki wymieniają się informacjami i kompletują dane dotyczące lokalizacji i wielkości miejsca. Gdy tylko podobszar jest wykryty przez pierwszy czujnik, żądanie akcji jest przesyłane do drugiego czujnika jako jednostki przetwarzania. Dane są przetwarzane przez sieć neuronową i filtrowane co do ich przydatności.

Z kolei Gensler i in. (2004) opisują metodę rozpoznawania geometrii miejsca do potencjalnego zaparkowania pojazdem. System wykorzystuje możliwość monitorowania otoczenia z boku pojazdu i mierzy przestrzenie pomiędzy przeszkodami w potencjalnym polu parkowania. System jest bardzo skomplikowany i opiera się na algorytmach wspomaganych pomiarami kątowymi. Oprogramowanie szacuje możliwość wjazdu tyłem lub przodem w daną przestrzeń i mierzy, czy samochód jest w stanie poprawnie zająć pozycję parkingową.

Inne patenty (Bostick i in., 2019; Brockmann i in., 2019; Chen i Jie, 2019; Eum i in., 2019; Kurihashi i Sakayanagi, 2019; Sandbrook, 2019) opisują algorytmy, które na podstawie danych zebranych z odpowiednio skonfigurowanych czujników potrafią dobierać odpowiednie miejsce parkingowe do pobranych wytycznych kierowcy. Systemy te opierają się na danych z satelity i lokalnych danych systemowych.

Kolejne patenty (Kato i in., 2006; Lee, 2009; Maeda i in., 2019; Schoenung i Stamatopoulos, 2019) opisują rozwiązania wykorzystujące określone rozmieszczanie czujników na samochodzie lub przy miejscach parkingowych. Odpowiednio dużo właściwie rozmieszczonych czujników pozwala na bezpieczne parkowanie w ciasnych miejscach, nawet przy zastosowaniu wspomaganie parkowania. Czujniki wychwytyują przeszkody i wysyłają informacje do jednostki centralnej odpowiedzialnej za przetwarzanie sygnału i jeżeli auto ma automatyczne systemy parkowania, to komputer sam wprowadza konieczne korekty toru jazdy i wymusza zatrzymanie w przypadku rozpoznania ryzyka kolizji.

Holm i in. (2019) w swoim patencie przedstawiają wynalazek dotyczący dostępu do systemu parkingowego, który zarządza parkingiem w czasie rzeczywistym. Warto zauważyć, że wynalazek ten zapewnia elastyczność właściciela miejsc parkingowych w zakresie dostosowywania cen poszczególnych pozycji (miejsc) w zależności od dynamicznych danych rynkowych i obecnego uwarunkowania oraz preferencji. Celem wynalazku jest zaoferowanie konsumentom parkingów (kierowcom) wyboru miejsca w zależności od jego poziomu cenowego. Im korzystniejsze miejsce, tym wyższa cena za parkowanie. Cena związana może być z odległością od drzwi, z rodzajem nawierzchni czy oświetleniem.

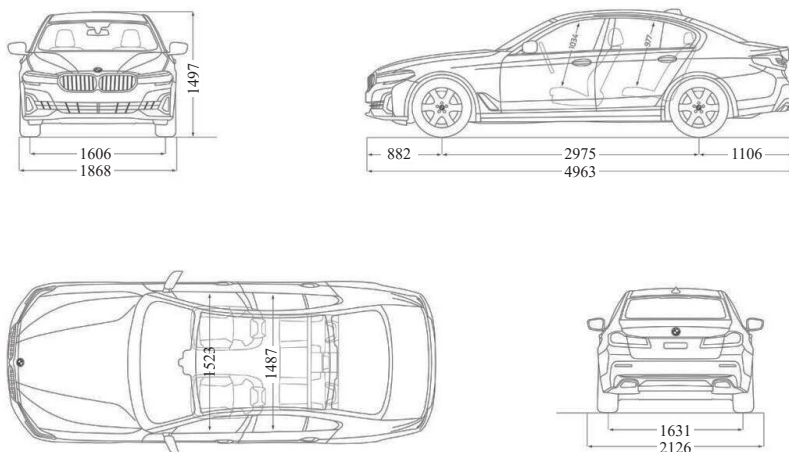
Z kolei Kato i in. (2019) przedstawiają patent, w którym opisano kontroler pojazdu obejmujący rozpoznawanie pozycji docelowej. System zawiera kilka odrębnych jednostek: jednostkę skonfigurowaną do rozpoznawania pozycji docelowej parkingu, jednostkę generującą trasę skonfigurowaną do generowania trasy parkingowej oraz automatyczną jednostkę sterującą skonfigurowaną do automatycznego obsługiwanie urządzeń sterujących. Jednostka generująca trasy parkingowe generuje pierwszą trasę i drugą trasę. Pierwsza trasa to uzyskana trasa parkingowa do tymczasowej pozycji docelowej, przesuwająca docelową pozycję auta w bok, w kierunku wnętrza miejsca, czyli droga parkowania w kierunku skrętu. Druga trasa to trasa parkowania do miejsca docelowego z wyznaczonej pozycji w środku pierwszej trasy. Automatyczna jednostka sterująca przełącza urządzenie sterujące na sterowanie według pierwszej i potem drugiej trasy, aby pojazd odpowiednio zaparkował. System zachowuje się identycznie jak kierowca podczas zamiaru parkowania, co przyspiesza zajęcie miejsca i minimalizuje liczbę korekt przy jego zajmowaniu.

Istnieje wiele publikacji i patentów na inteligentne systemy parkowania, są to jednak rozbudowane systemy opierające się na wielu czujnikach i nierzadko na danych z satelity. Dodatkowe komputery przetwarzania danych pomagają w podejmowaniu decyzji i zajmowaniu miejsca. Przedstawiony w publikacji system ma przede wszystkim być prosty i nie być uzależniony od bardzo rozbudowanej elektroniki i czujników lokalizacji. Będzie opierał się głównie na autorskich rozwiązaniach wspomagających odpowiednie zarządzanie parkingiem, co w kilku patentach zostało poruszone, ale jako rozwinięcie algorytmów komputerowych. W podstawowym rozwiązaniu nie jest przewidywane przetwarzanie danych przez sieci neuronowe lub dodatkowe komputery do analizy sygnałów lub ich transformacji z danych cyfrowych na graficzne. Aby zasilić odpowiednio sieć neuronową, konieczne jest gromadzenie bardzo dużej ilości informacji, co nie będzie możliwe przy ograniczonym systemie wspomagającym parkowanie. Nie jest to jednak minusem, a plusem tego rozwiązania, zważywszy na to, że wraz ze stopniem skomplikowania układu potęgowo zwiększa się możliwość wystąpienia w nim błędu/awarii. Oczywiście na taki przypadek jak brak prądu czy błąd oprogramowania każde rozwiązanie musi być przygotowane, dlatego w tej publikacji również opisano wyjścia awaryjne, które pozwalają zachować podstawową płynność działania. W żadnej analizowanej publikacji czy w patencie nie znaleziono podobnego rozwiązania opierającego się na zmianach wielkości miejsca parkingowego w stosunku do danych systemowych o wielkości pojazdu. Żadna publikacja też nie uwzględnia umiejętności kierowcy w kontekście manewrowania pojazdem, co sprawia, że charakter niniejszej publikacji jest innowacyjny.

### 3. Założenia dotyczące budowy i rozwoju hybrydowej koncepcji sterowania parkingiem ze zmienną konfiguracją

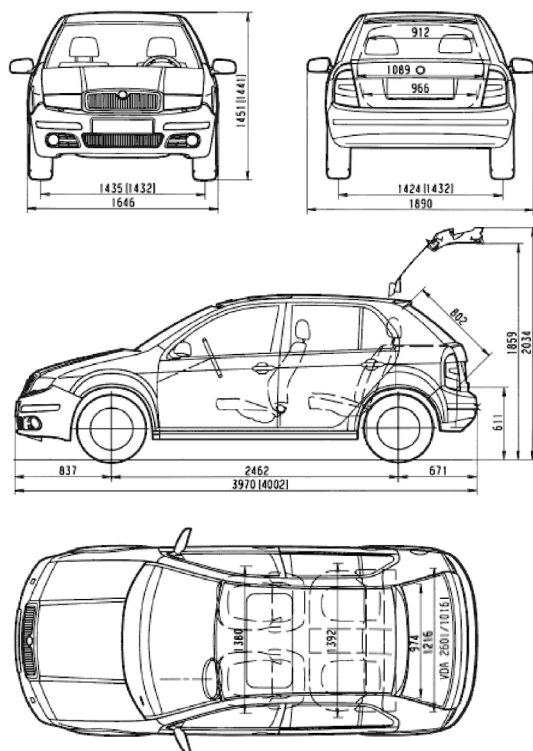
Pierwszym krokiem do przygotowania hybrydowej koncepcji sterowania parkingiem ze zmienną konfiguracją jest analiza, ile samochodów chce z niego korzystać i jakiej wielkości są auta. Z przeprowadzonych we wcześniejszych krokach badań i ankiet wynika, że w Firmie XYZ, na przykładzie której prowadzono analizę, z parkingu chce korzystać 65% parowników, co daje liczbę 74 miejsc parkingowych. Parking ma aktualnie 40 miejsc, z czego wynika, że około 34 osoby nie mogą z niego korzystać. Spośród analizowanych 74 chętnych pracowników 21 ma samochody o dużych rozmiarach, czyli o długości ok. 5 m (zajmujące praktycznie 100% długości miejsca parkingowego), 24 – samochody o średniej wielkości, czyli o długości od 3,6 m do 4,2 m (co daje średnio 80% zajmowanego miejsca parkingowego), oraz 29 – auta małe, czyli o długości do 3,5 m (typowe auta miejskie, które zajmują średnio ok. 70% długości miejsca parkingowego).

Na tej podstawie postanowiono zoptymalizować długość miejsca na parkingu tak, aby zminimalizować jego niewykorzystanie na długości. Należy tutaj dodać, że nie zmieniono szerokości miejsca, która wynosi 2,5 m i jest optymalna dla każdej wielkości auta, a także pozwala na bezpieczne zajmowanie miejsca, wsiadanie i wysiadanie z pojazdu. Do dalszych analiz wytypowano najczęściej wskazywane auta, jakie mogą pojawić się na parkingu, czyli dla auta dużego wybrano BMW 5 (rys. 1) o długości 4963 mm i szerokości całkowitej 2126 mm, dla auta średniego wybrano Škodę Fabię (rys. 2) o długości 4021 mm i szerokości całkowitej 1890 mm, dla auta małego wybrano Citroëna C1 (rys. 3) o długości 3435 mm i szerokości całkowitej 1855 mm.



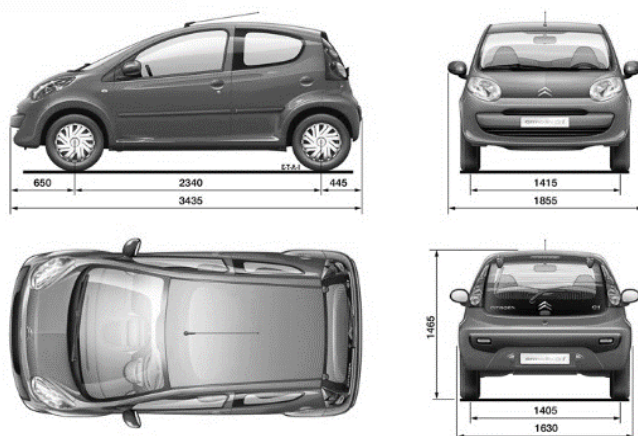
Rys. 1. Wymiary BMW 5

Źródło: BMW, b.d.



Rys. 2. Wymiary Škody Fabii

Źródło: Outlines, b.d.



Rys. 3. Wymiary Citroëna C1

Źródło: Citroënët, b.d.



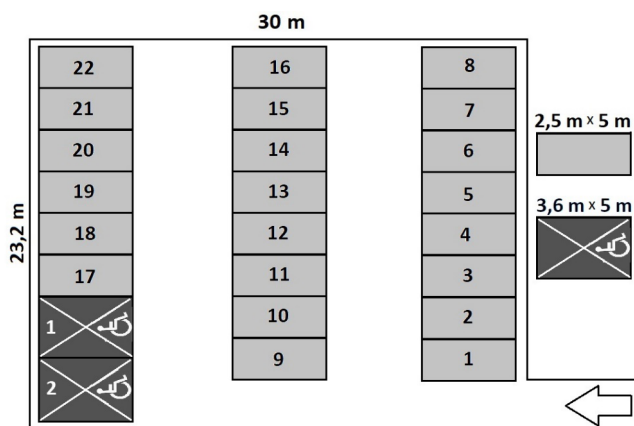
Według Rozporządzenia Ministra Infrastruktury i Budownictwa (*Rozporządzenie...*, 2017) wymiary miejsc parkingowych przedstawiają się następująco:

§ 21.1. Stanowiska postojowe dla samochodów powinny mieć wymiary wynoszące co najmniej:

- 1) szerokość 2,5 m i długość 5 m – w przypadku samochodów osobowych;
- 2) szerokość 3,6 m i długość 5 m – w przypadku samochodów osobowych użytkowanych przez osoby niepełnosprawne.

Zważając na te wymagania, nie możemy pozwolić na zmianę wymiarów miejsca parkingowego dla osób niepełnosprawnych i te miejsca nie podlegają w żaden sposób optymalizacji związanej z opracowaniem. Natomiast ze względu na warunki użytkowania wewnętrznego parkingu (oddanego do użytkowania) przez firmę XYZ i możliwość wprowadzenia zmian, aby poprawić ogólny komfort pracowników i zwiększyć o ok. 20% liczbę miejsc oraz wydolność dobową parkingu, podjęto decyzję o możliwości testowego wprowadzenia mniejszych (krótszych) miejsc dla wskazanych mniejszych aut, jakie mogą parkować w danym miejscu. Nie zmienia się szerokość miejsca, co jest istotne dla spełnienia wymagań, ale testowo przyjęto ograniczenie długości miejsca (należy jednak pamiętać, że miejsce i tak zostanie o ok. 3% dłuższe niż długość całkowita pojazdu, jaki je zajmie, plus zapas opaski wynoszący 400 mm ponad krawężnik, czyli wystający zwis przedni lub tylny nie wlicza się do długości całkowitej, zwiększając zapas do nawet 10%). Jest to temat na tyle ciekawy, że powinien w przyszłości, wraz z rozwojem technik parkingowych, być wzięty pod uwagę przy ewentualnych zmianach związanych z warunkami zabudowy i wytyczania wielkości miejsca pod pozwolenie na budowę.

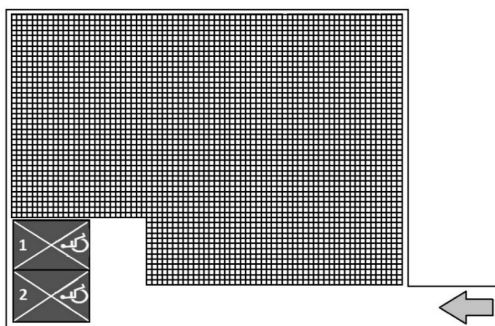
Na wstępie wybrano fragment parkingu, jaki będzie podlegał gruntownej analizie. Jest to parking o wymiarach 23,2 m × 30 m, na którym znajdują się obecnie 22 miejsca o wymiarach 2,45 m × 5 m i 2 miejsca dla osób niepełnosprawnych o wymiarach 3,6 m × 5 m (miejsca dla osób niepełnosprawnych są w wygodnej lokalizacji, na wprost od wjazdu, co zostanie w każdej kolejnej koncepcji zachowane). Wybrany parking testowy (rys. 4) ma dwie kolumny miejsc i obwodowy fragment wolny o szerokości ok. 40 cm.



Rys. 4. Wybrany do analizy parking o wymiarach 23,2 × 30 m, na którym znajdują się 22 miejsca parkingowe dla aut osobowych i 2 miejsca dla osób niepełnosprawnych

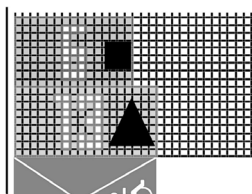
#### 4. Opis budowy i systemu działania nowej hybrydowej koncepcji sterowania parkingiem ze zmienną konfiguracją

Nowa hybrydowa koncepcja sterowania parkingiem ze zmienną konfiguracją zakłada w swojej konstrukcji wykorzystanie siatki świetlnej (rys. 5) zatopionej w asfaltowej wierzchniej warstwie nawierzchni. Wodoodporne paski LED RGB (o możliwości konfiguracji koloru) w specjalnej aluminiowej szynie będą zatopione na głębokość ok. 2 cm w warstwę bitumiczną. Dostęp do nich będzie możliwy od zewnątrz w celu np. wymiany wiązki świetlnej. Kratka świetlna będzie miała wymiar 273 mm × 273 mm plus osłona 14 mm szerokości. Kratki świetlnej nie będzie pod miejscami dla niepełnosprawnych i na głównej drodze wjazdowej, ponieważ te obszary zostały wyłączone z optymalizacji. Wymiar analizowanego pola (bez miejscowego wyłączenia) to 80 × 105 pól o wymiarze bazowym 280 mm × 280 mm.



Rys. 5. Kratownica do wizualizacji miejsc wg przyjętych algorytmów (wielkość pola 280 mm × 280 mm)

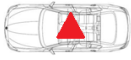

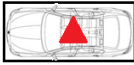
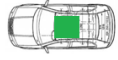

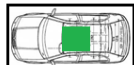
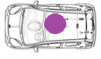

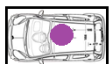
Poniżej na rysunku 6 przedstawiono przykładową konfigurację wyświetlania dwóch miejsc parkingowych oraz ich numeru, dla łatwej identyfikacji pozycji. Pokazano duże miejsce z numerem 13 oznaczone symbolem trójkąta oraz średnie miejsce z numerem 6 oznaczone symbolem kwadratu. Linia wspólna będzie zmiennie podświetlona na kolory sąsiadujące, a wyświetlany numer będzie kolorystycznie zgodny z obramowaniem miejsca parkingowego.



Rys. 6. Oznaczenie miejsca i jego numeru. W przykładzie miejsce numer 13 (oznaczone symbolem trójkąta) i miejsce numer 6 (oznaczone symbolem kwadratu)

W tabeli 1 przedstawiono główne założenia analizy scenariuszowej, jaka zostanie przedstawiona w kolejnych rozważaniach niniejszego opracowania. Wybrano trzy wielkości aut do dalszej analizy: duże, średnie i małe. Pokazano przykładowe grafiki wybranych pojazdów, symbol kształtu rozróżniający auta i miejsca w fazie projektowej, dopasowanie auta do miejsca po zmianach jego długości oraz zapas, jaki pozostał dla danego auta w nowej konfiguracji długości miejsca.

**Tabela 1**  
Dane wymiarowe do analizy

Nazwa	Wymiar gabarytowy [mm]: szerokość/ długość	Grafika pojazdu	Symbol	Wielkość miejsca [cm]: szerokość/ długość	Pasowanie auta w miejsce	Zapasy [cm]: szerokość/ długość
BMW 5	2126/4963			250/500		37,4/3,7
Škoda Fabia	1890/3970			250/410		61,0/13,0
Citroën C1	1855/3435			250/350		64,5/6,5

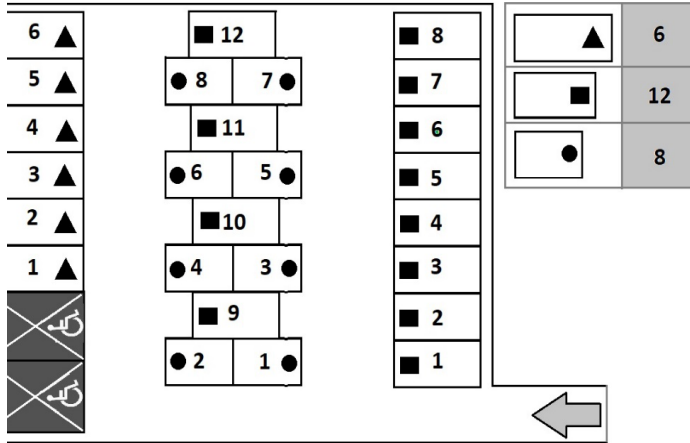
I tak dla auta dużego mamy długość miejsca bez zmian, czyli 5000 mm, co zostawia nam ok. 40 mm zapasu na długości (oczywiście należy tutaj pamiętać, że dalej zostawiono 400 mm wolnej przestrzeni do ogrodzenia parkingu, opaska parkingowa). Dla auta średniego mamy nowy wymiar długości miejsca na poziomie 4100 mm, co daje zapas wolnej przestrzeni na długości dla wybranego auta wynoszący 130 mm. Dla auta małego mamy nowy wymiar długości miejsca na poziomie 3500 mm, co daje nam zapas na długości miejsca wynoszący 65 mm przy wybranej wielkości reprezentowanego auta.

## 5. Analiza scenariuszowa dla wybranych specjalnych przypadków

Wybrano i opisano przykładowe trzy scenariusze związane z doбором konfiguracji parkingu, wykorzystując dane liczbowe i wielkości pojazdów na dany dzień oraz informacje szczególne, jakie zostały dodane przez administratora do systemu.

**Pierwszy scenariusz** zakłada, że na dany dzień w systemie mamy dane o tym, że w wyselekcjonowanych godzinach na parkingu chce parkować minimum 26 uprzywilejowanych (czyli zarejestrowanych w systemie firmy) aut. Jest to 6 dużych aut, 12 średnich i 8 małych. Algorytm, który będzie zajmował się doбором miejsc i ich lokacją, wybiera konfigurację na parkingu przedstawioną na rysunku 7. W ten sposób

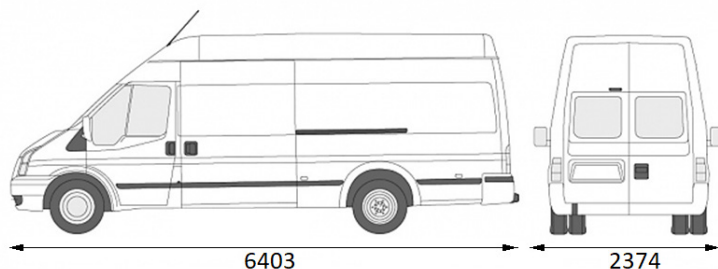
mamy 26 miejsc parkingowych (nie licząc tych dla inwalidów). Mamy wzrost liczby miejsc o ok. 18%, co daje 4 dodatkowe miejsca dla 4 dodatkowych pracowników, jakim w danym dniu podniesiemy komfort pracy miejscem parkingowym blisko firmy.



Rys. 7. Przykład 1 zagospodarowania miejsca według danych na dzień X

Miejsca zostały dobrane tak, aby możliwe było bezpieczne zajmowanie każdego z nich, żeby nie pogarszać widoczności podczas wyjazdu z miejsca i żeby możliwe było wyjechanie każdym zaparkowanym autem w przypadku 100-procentowego zajęcia miejsc. Miejsca są konfigurowane w taki sposób, że nawet jeżeli kierowca ma mniej pola manewrowego w linii prostej, to ma więcej miejsca na wyjazd po łuku. Należy też podkreślić, że algorytm dobierania miejsc może mieć w swojej bazie informacje o stopniu zaawansowania kierowcy i pod tym względem również może dobrać miejsca tak, aby mniej doświadczony kierowca miał większe pole manewrowe przed zajęciem pozycji parkingowej. Tak na przykład mniej doświadczony kierowca może w tym przypadku dostać miejsce średnie o numerze 2, 4, 6, 9, 10, 11, miejsce duże o numerze 2, 4 lub miejsce małe 1 lub 2, które ułatwia parkowanie. W bazie systemu mogą być zawarte informacje o umiejętnościach lub preferencjach kierowcy w 2- lub 3-stopniowej skali, np. 1 – parkuje na dowolnym miejscu, 2 – parkuje na miejscu z udogodnieniem, 3 – parkuje na miejscu o wysokim stopniu udogodnienia parkingowego. Idąc za tym opisem, dla 1 mamy każdy typ miejsca, dla 2 mamy miejsca, gdzie zwiększono wygodę zajmowania pozycji, a dla 3 mamy miejsca skrajne, gdzie manewrowanie przed zaparkowaniem może być znacznie bardziej dowolne. Oczywiście te informacje będą zebrane w wyniki ankiety i dodane do systemu, ale nie będzie można ich nigdzie podejrzeć i nie będą wyświetlane na monitorze lub tablicy informacyjnej, aby nie zdradzać umiejętności kierowcy.

**Drugi scenariusz** jest nieco bardziej skomplikowany, ponieważ zakłada, że do firmy będą przyjeżdżali kurierzy, którzy będą potrzebowali miejsca tymczasowego do 20 min. na swoje auto dostawcze (najczęściej o wymiarze długości do 6,5 m z bocznymi drzwiami do rozładunku jak na rysunku 8).

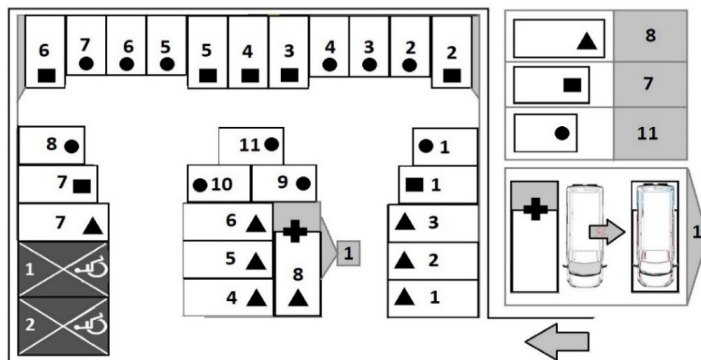


Rys. 8. Wymiary samochodu dostawczego Ford Transit LWB

Źródło: Kendal Cars, b.d.

Należy więc uwzględnić jedno miejsce, które będzie tymczasowo przydzielane dla wszystkich kurierów/dostawców, jacy pojawią się w firmie. Oczywiście na ten dzień zgłoszono również zapotrzebowanie na miejsca dla pracowników firmy, i tak mamy do zagospodarowania 8 miejsc dla dużych aut, 7 dla średnich i 11 dla małych.

Na rysunku 9 przedstawiono wytypowaną konfigurację, gdzie uwzględniono zapotrzebowanie na miejsca dla aut osobowych (dla pracowników) oraz dla firm kurierskich i pocztowych (jedno miejsce mega o wymiarze 2500 mm × 7500 mm). Dodatkowo (fragment pola po lewej stronie miejsca 6 i po prawej stronie miejsca 2 z oznaczeniami kwadratu) przedstawiono zapas zwiększonego bezpieczeństwa dla zajmowania skrajnych miejsc w narożach parkingu, który wynosi dodatkowo po 350 mm.

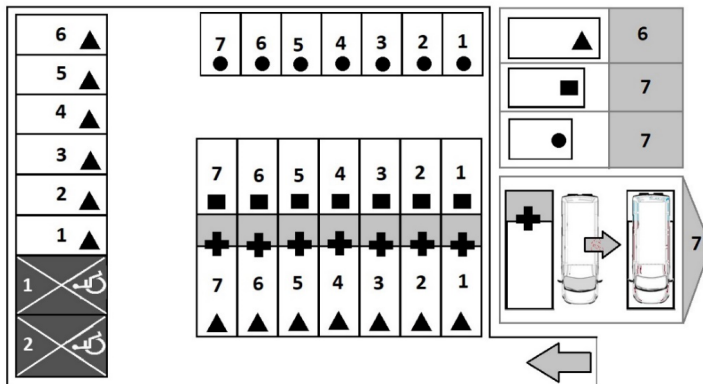


Rys. 9. Przykład 2 zagospodarowania miejsca według danych na dzień Y

Algorytm wytyczył miejsce dla auta dostawczego w ten sposób, że jeżeli konieczny będzie wyładunek drzwiami bocznymi, to kierowca parkuje tyłem do dodatkowego pola z plusem i ma pełną manewrowość przy wyładunku. Jeżeli natomiast konieczny jest wyładunek drzwiami tylnymi, to kierowca zaparkuje przodem do pola dodatkowego oznaczonego plusem (w warunkach realnych będzie to miejsce z oznaczeniem

trójkąta i plusem oznaczoną przestrzenią dodatkową) i będzie miał zapas miejsca na wyładunek do tyłu o wymiarze ok. 100 cm pola + 300 cm drogi i 40 cm zapasu obrzeża.

**Trzeci scenariusz** dla zagospodarowania miejsc w dniu Z, który jest wyjątkowym dniem, gdzie wymagane jest zabezpieczenie aż 7 miejsc dla aut dostawczych, ze względu na przeprowadzkę jednego działu firmy XYZ. Na ten dzień również zgłoszono zapotrzebowanie parkingowe dla aut osobowych w liczbie i specyfikacji: 6 aut dużych, 7 średnich i 7 małych. Na rysunku 10 pokazano przykładową konfigurację.



Rys. 10. Przykład 3 zagospodarowania miejsca według danych na dzień Z

W tym przypadku również ważne jest, aby miejsca dla aut dostawczych były ulokowane tak, aby łatwo można było je załadować drzwiami tylnymi lub bocznymi, dodatkowo ze względu na długość auta (ok. 6,5 m) ważne, aby miejsca były ulokowane w dogodnej do zajmowania pozycji, np. przy drodze wjazdowej. Oczywiście w razie potrzeby można miejsca powiększone szybko przekonfigurować na miejsca duże, średnie lub małe dla aut osobowych. Co najważniejsze, istnieje też możliwość przydzielania miejsc niesąsiadujących tak, aby chwilowo zwiększyć komfort wyładunku lub załadunku, jeżeli wszystkie samochody nie przyjadą w jednym momencie, i tak przydzielane będą w pierwszej kolejności miejsca 1, 3, 5, 7, a potem 2, 4, 6. W razie potrzeby miejsca mogą też być łączone, aby zrobić chwilowo przestrzeń magazynową dla jednego z aut, i tak np. możemy połączyć miejsce 1 i 2, aby auto parkujące na miejscu 2 miało przez dany czas powierzchnię odkładczą/rezerwową. Wszystko to oczywiście zależy od rozbudowania algorytmu przydziału miejsc i od ilości wprowadzonych do bazy danych na dany dzień/godzinę.

Przy tego typu rozwiązaniu, gdzie z dnia na dzień zmienia się konfiguracja parkingu (a może nawet z godziny na godzinę przekonfigurować może się jego fragment), niezmiernie ważne jest odpowiednie informowanie kierowcy o tym, czy i gdzie może zaparkować. Na rysunku 11 pokazano przykładową tablicę informacyjną dla kierowców uprawnionych do zajmowania miejsca.

Na rysunku 12 pokazano jej przykładowe wypełnienie według algorytmu na wybrany dzień, w tym wypadku na 12.07.2020 roku. Na tablicy mamy powitanie grzecznościowe w niezmiennianej formie oraz podstawowe informacje dla kierowców:

która jest aktualnie godzina, jakie auto zostało rozpoznane przez kamerę umieszczoną przy tablicy i czytującą numery rejestracyjne, jaki został przydzielony numer miejsca plus oznaczenie graficzne oraz do której godziny auto ma uprawnione parkowanie. Znalazła się też na dole informacja o tym, jak ważne jest parkowanie w granicach wyznaczonego miejsca, aby nie przeszkadzać innym parkującym. Tego typu tablice są nadal bardzo powszechne i lubiane w naszym kraju, jednak są wypierane przez monitory, co pokazano w dalszej części opracowania.



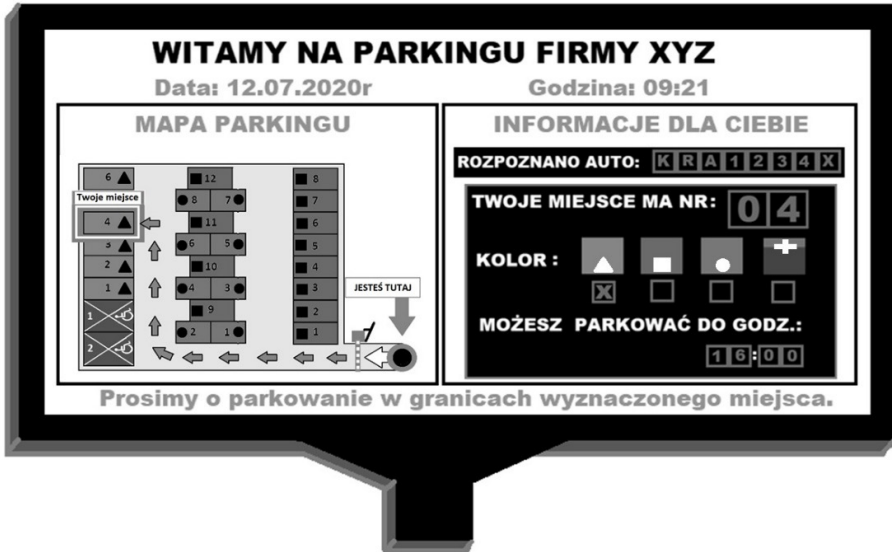
Rys. 11. Tablica do informowania kierowcy o zajmowaniu wyznaczonego miejsca



Rys. 12. Przykład informacji o zajmowaniu miejsca na dany dzień dla auta (przekazane informacje to: dzień 12.07.2020, godzina 09:21, auto o numerze rejestracyjnym KRA 1234X ma zająć miejsce 04 oznaczone symbolem trójkąta i może je zajmować do godziny 16:00)

Rozwiązaniem na miarę obecnych czasów nie są jednak pokazane jako przykład tablice informacyjne, a wyświetlanie informacji na monitorze zewnętrznym odpornym na warunki atmosferyczne, który umieszczony jest w osłonie przeciwsłonecznej, aby był czytelny w każdych warunkach pogodowych. Na takim monitorze jak na rysunku 13 może być wyświetlana dowolna informacja o dowolnej konfiguracji,

jednak podobnie jak na tablicy informacyjnej mamy informację o tym, jaka jest aktualnie godzina, jakie auto zostało rozpoznane przez kamerę umiejscowioną przy tablicy i sczytującą numery rejestracyjne, jaki został przydzielony numer miejsca i jakie jest jego oznaczenie graficzne oraz do której godziny auto ma uprawnione parkowanie.



**Rys. 13.** Przykład informacji na monitorze o zajmowaniu miejsca na dany dzień dla danego auta (przekazane informacje to: dzień 12.07.2020, godzina 09:21, auto o numerze rejestracyjnym KRA 1234X ma zająć miejsce 04 oznaczone symbolem trójkąta i może je zajmować do godziny 16:00). Na mapie przedstawiono wskazanie drogi do miejsca i pokazano, gdzie znajduje się obecnie kierowca

Na dole znalazła się też informacja o tym, jak ważne jest parkowanie w granicach wyznaczonego miejsca, aby nie przeszkadzać innym parkującym. Dodatkowo mamy powitanie z nazwą i ewentualnie logo firmy i – co najważniejsze w tym przypadku – mamy mapę skonfigurowanego parkingu z informacją wizualną podpowiadającą, jak dojechać do wyznaczonego miejsca i które to obecnie jest miejsce, co znacząco może pomagać kierowcom w bezbłędnym dojeździe do wybranej lokalizacji.

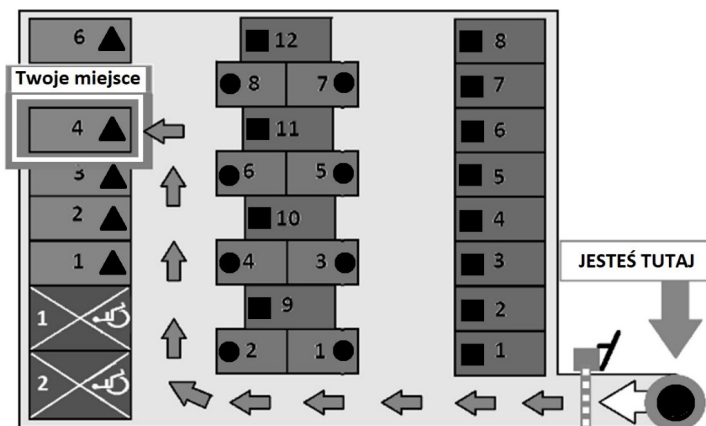
Mapę parkingu w powiększeniu zaprezentowano na rysunku 14.

W systemie musi być też zabezpieczenie związane z chwilowym brakiem prądu lub błędem komputera i w takich przypadkach, jeśli będą one wykryte, to na parkingu wyświetlą się miejsca o stałych wymiarach jak na parkingu bazowym (miejsca 2,5 m × 5 m w liczbie 22 w 3 kolumnach) (rys. 4).

Jeżeli na przykład wystąpi błąd i komputer straci dane lub się zawiesi, to również nie będzie przydziału miejsc i dla zabezpieczenia wyświetlony zostanie parking bazowy. Koncepcję należy oczywiście zweryfikować w warunkach eksperymentalnych na prawdziwym parkingu, chodzi tutaj głównie o efekt wizualny wyświetlanych informacji na liniach LED, czy będą widoczne w słoneczny dzień i czy konieczny będzie sys-



tem podgrzewania linii, aby nie zostały przykryte śniegiem w porze zimowej. Również samo zachowanie się kierowców należy zweryfikować w teście przedwdrożeniowym.



**Rys. 14.** Przykład informacji na monitorze o zajmowaniu miejsca na dany dzień dla danego auta. Na mapie przedstawiono wskazanie drogi do miejsca i pokazano, gdzie znajduje się obecnie kierowca

Podstawowe dane, jakie będą wprowadzane do systemu przydziału, są następujące:

- upoważnienie do parkowania na parkingu oraz status kierowcy;
- wielkość auta (3-stopniowa skala);
- dane godzinowe na dany dzień z wyprzedzeniem min. 24 godzin (zawarty będzie czas rozpoczęcia parkowania i czas zakończenia, który nie może przekraczać 8,5 godziny – 8 godzin pracy oraz po 15 minut zapasu na dojazd i odjazd – po 15 minutach od wskazanego czasu parkowania miejsce zostanie przydzielone dla kogoś innego. Istnieje też możliwość parkowania dłużej niż 8,5 godziny, ale należy wtedy podać kod aktywacji przedłużenia po wcześniejszej rozmowie z ochroną i osobą odpowiedzialną za administrowanie parkingiem);
- informacja o umiejętnościach parkowania (3-stopniowa skala konieczna do przydziału miejsc ze zwiększonym miejscem do manewrowania);
- dodatkowe informacje systemowe:
  - przydzielanie z pierwszeństwem dla członków zarządu i dyrekcji;
  - zwiększenie zapasu czasowego do 30 minut przed i 30 minut po wskazanym czasie, jeżeli wprowadzi się informacje o korkach lub niekorzystnych warunkach pogodowych (te informacje mogą też sczytywać się automatycznie ze wskazanych źródeł);
  - sytuacje awaryjne w przypadku np. ewakuacji, ćwiczeń pożarowych i podobnych;
  - ewentualnie szczególne informacje takie jak blokada miejsca na cały dzień dla gościa specjalnego, łączenie miejsc w podwójne lub potrójne, rekonfiguracja miejsca co wskazany odstęp czasu, np. 2 godziny lub 4 godziny, jeżeli jest to możliwe, sprawdzanie sprawności systemu co określony czas, np. 24 godziny.

## 6. Wnioski

Każdy na pewno spotkał się z sytuacją, że na firmowym parkingu nie ma miejsc dla pracowników, a miejsca z tabliczkami dla wybranych osób są puste. Da się rozwiązać ten problem i wiele innych, ale wymaga to zastosowania złożonego systemu, jaki przedstawiono w tej publikacji. System ten nazwany został hybrydową koncepcją sterowania parkingiem ze zmienną konfiguracją.

Dlaczego hybrydową? Ponieważ połączono tutaj informacje stałe zebrane w bazie dotyczące priorytetów miejsc, ich wielkości i zależności ze zmiennymi parametrami systemowymi, odpowiedzialnymi za administrowanie powierzchnią parkingu i odpowiednim przydziałem miejsc w czasie tak, aby uzyskać jak największą przepustowość parkingu (liczbę aut na dobę) i jak największą chwilową liczbę miejsc parkingowych (liczba zajętych miejsc parkingowych).

A dlaczego ze zmienną konfiguracją? Ponieważ rozwiązanie zakłada dostosowywanie miejsc (w ich kształcie, numeracji i lokacji) do zapotrzebowania. Parking może się przeorganizować w dowolnym wskazanym czasie, ponieważ system będzie miał informacje z detektora numeru rejestracyjnego, kto przyjechał, a kto nie przyjechał we wskazanym przez siebie czasie.

Koncepcja zakłada bardzo dużo danych wprowadzanych do bazy, na podstawie których będą przydzielane miejsca w danym dniu. W ramach rozwoju koncepcji planuje się, że system może zostać wzbogacony o sieć neuronową (samouczącą się), która będzie zbierała informacje przez jakiś czas (np. rok), a potem dostosuje swoje działanie do występujących zdarzeń. Tak na przykład osoby, które zajmują miejsca z opóźnieniem zawsze większym niż 15 min., będą karane skróceniem czasu parkingowego lub zwiększoną opłatą. Osoby, które deklarują miejsca, a nie przyjeżdżają, mogą zostać chwilowo wyłączone z przydzielania im miejsc lub będą przerzucane na koniec listy, a miejsca będzie im przyznawane tylko w przypadku nadwyżki chwilowej na dany dzień. Wszystkie gromadzone dane będą szyfrowane i nie będą podlegały wglądowi ogólnemu, zgodnie z administrowaniem danych osobowych i danych szczególnych mogących służyć identyfikacji personalnej.

Koncepcja zakłada potencjalnie kilka tysięcy konfiguracji parkingu zależnych od wskazań liczby aut dużych, średnich i małych na dany dzień. Uwzględnią też miejsca powiększone dla aut dostawczych, miejsca specjalne dla aut ciężarowych i jest w stanie nawet zablokować miejsce na karetkę, jeżeli dostanie informację, że została do firmy wysłana. Może w przyszłości też wysyłać informacje do kierowców/właścicieli aut o przeparkowaniu w razie potrzeby. W aktualnie zakładanej wersji auto niezidentyfikowane na wjeździe nie dostanie przydziału miejsca, co pozwoli na pełną kontrolę parkingu.

W przedstawionej koncepcji mamy zróżnicowanie wielkości (długości) miejsca na trzy gabaryty: duże, średnie i małe, co daje nam dodatkową powierzchnię do zagospodarowania na kolejne miejsca parkingowe, ale to z kolei wymaga reorganizacji rozmieszczenia tych miejsc, czym zajmuje się algorytm. W analizowanych 3 przypadkach mamy wynik wzrostu liczby miejsc parkingowych o ok. 18% (4 miejsca parkingowe), co jest dobrym wynikiem, zważywszy na niewielki rozmiar samego parkingu. Jako duży plus mamy tutaj możliwość wyznaczania miejsc o wymiarze 7,5 m oraz łączonych, co się przydaje, jeśli parkują auta dostawcze i ciężarowe. Oczywiście

przedstawione rozwiązanie (jak każda nowa koncepcja) wymaga pewnych nakładów finansowych, aby mogło zostać wdrożone, ponieważ trzeba zmodyfikować infrastrukturę parkingu, zatopić listwy LED w podłożu, rozbudować system informatyczny oraz wizualizację. Każda firma musi jednak podejść do tematu indywidualnie i oszacować, czy zwiększenie liczby zadowolonych pracowników o min. 20% jest warte inwestycji początkowej i co najważniejsze, czy nowy system przeniesie administrowanie parkingiem w XXI wiek, dając w tym aspekcie przewagę nad innymi rozwiązaniami o stałej konfiguracji miejsc.

## Literatura

- Ata K.I.M., Soh A.C., Ishak A.J., Jaafar H., Khairuddin N.A., 2019: *Smart Indoor Parking System Based on Dijkstra's Algorithm*, International Journal of Electrical Engineering and Applied Sciences, vol. 2, no. 1, s. 13–20.
- Baroffio L., Bondi L., Cesana M., Redondi A.E., Tagliasacchi M., 2015: *A Visual Sensor Network for Parking Lot Occupancy Detection in Smart Cities*, [w:] 2015 IEEE 2<sup>nd</sup> World Forum on Internet of Things (WF-IoT), IEEE, s. 745–750.
- BMW, b.d.: *The 5. BMW serii 5 limuzyna: silniki i dane techniczne*, <https://www.bmw.pl/pl/all-models/5-series/sedan/2020/bmw-serii-5-limuzyna-dane-techniczne.html> [22.12.2020].
- Bostick E.J., Ganci Jr. J.M., Keen M.G., Rakshit S.K., 2019: *Determining a parking position based on visual and non-visual factors*, patent nr US10255808B2, opublikowany 9.04.2019 [28.12.2020].
- Brockmann F., Hagmeister A., Kapoor R., Maier M., Ramakrishnan N., Thalheimer K., Wunder G., 2019: *System and method for distributed parking area map generation and parking area service using in-vehicle sensors*, patent nr US20190251842A1, opublikowany 15.08.2019 [28.12.2020].
- Bulliot M., Joos M., Mahmoud A., Shalaby M. 2019: *Method for classifying parking spaces in a surrounding area of a vehicle having a neural network*, patent nr WO2019121035A1, opublikowany 27.06.2019 [28.12.2020].
- Chen M., Jie Z., 2019: *Vehicle control method and apparatus, and storage medium*, patent nr US20190308616A1, opublikowany 10.10.2019 [28.12.2020].
- Citroënët, b.d.: *Citroën C1*, <http://www.citroenet.org.uk/passenger-cars/psa/c1/c1-05.html> [10.07.2021].
- Eum H., Kim D., Noh T., 2019: *Autonomous parking system and vehicle*, patent nr US20190232952A1, opublikowany 1.08.2019 [28.12.2020].
- Gensler F., Gräf H., Maier D., Meitinger K.-H., Pruckner A., Spannheimer H., 2004: *Method for the determination of geometrical data for parking assist in vehicles*, patent nr WO2004042423A1, opublikowany 21.05.2004 [28.12.2020].
- Holm M., Vander H.W.C., Vogel. D.L., 2019: *Sustainable real-time parking availability system*, patent nr US2019236853A1, opublikowany 1.08.2019 [28.12.2020].
- Kato K., Matsukawa N., Sato Y., 2006: *Parking assistance system*, patent nr US6999003B2, opublikowany 14.02.2006 [28.12.2020].

- Kato M., Mochida T., Tomozawa M., 2019: *Vehicle controller*, patent nr US2019300054A1, opublikowany 3.10.2019 [28.12.2020].
- Keikhosrokiani P., Kianpisheh A., Limtrairut P., Mustaffa N., 2012: *Smart Parking System (SPS) Architecture Using Ultrasonic Detector*, International Journal of Software Engineering and Its Applications, vol. 6, no. 3, s. 51–58.
- Kendal Cars, b.d.: *Ford Transit ELWB Jumbo High Roof*, <https://www.kendalcars.com/wp-content/uploads/2017/05/Ford-Transit-Van-ELWB-Jumbo-High-Roof-700x400.jpg> [10.07.2021].
- Kotb A.O., Shen Y.-C., Zhu X., Huang Y., 2016: *iParker – A New Smart Car-Parking System Based on Dynamic Resource Allocation and Pricing*, IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, vol. 17, iss. 9, s. 2637–2647.
- Kotb A.O., Shen Y., Huang Y., 2017: *Smart Parking Guidance, Monitoring and Reservations: A Review*, IEEE Intelligent Transportation Systems Magazine, vol. 9, iss. 2, s. 6–16.
- Kurihashi S., Sakayanagi Y., 2019: *Parking space rent-out apparatus, parking space rent-out system, and parking space rent-out method*, patent nr US20190370890A1, opublikowany 5.12.2019 [28.12.2020].
- Lanza J., Sánchez L., Gutiérrez V., Galache J.A., Santana J.R., Stores P., Muñoz L., 2016: *Smart City Services over a Future Internet Platform Based on Internet of Things and Cloud: The Smart Parking Case*, Energies, vol. 9, no. 9, s. 1–14.
- Lee W.-Ch., 2009: *Parking device*, patent nr US2009128364A1, opublikowany 21.05.2009 [28.12.2020].
- Maeda Y., Matsuura M., Otsuka H., Yanagawa H., *Parking assisting apparatus and control unit*, patent nr US20190303691A1, opublikowany 3.10.2019 [28.12.2020].
- Niculescu A.I., Wadhwa B., Quek E., 2016: *Smart City Technologies: Design and Evaluation of An Intelligent Driving Assistant for Smart Parking*, International Journal on Advanced Science Engineering Information Technology, vol. 6, no. 6, s. 1096–1102.
- Outlines, b.d.: *2007 Skoda Fabia Hatchback blueprints free*, <https://getoutlines.com/blueprints/10366/2007-skoda-fabia-hatchback-blueprints> [10.07.2021].
- Pham T.N., Tsai M.F., Nguyen D.B., Dow Ch.R., Deng D.J., 2015: *A Cloud-Based Smart-Parking System Based on Internet-of-Things Technologies*, IEEE Access, vol. 3, s. 1581–1591.
- Rozporządzenie Ministra Infrastruktury i Budownictwa z dnia 14 listopada 2017 r. zmieniające rozporządzenie w sprawie warunków technicznych, jakim powinny odpowiadać budynki i ich usytuowanie*, Dz.U. z 2017 r., poz. 2285.
- Sandbrook D., 2019: *Vehicle presence detection system*, patent nr US20190355252A1, opublikowany 21.11.2019 [28.12.2020].
- Schoenung G., Sтамatopoulos E., 2019: *Method for detecting garage parking spaces*, patent nr US20190228240A1, opublikowany 25.07.2019 [28.12.2020].
- Wang H., He W., 2011: *A Reservation-based Smart Parking System*, [w:] *2011 IEEE Conference on Computer Communications Workshops (INFOCOM WKSHPS)*, s. 690–695.

## **HYBRID PARKING CONTROL CONCEPT WITH VARIABLE CONFIGURATION**

**Summary:** This paper is presented a new idea of the solution, described the necessary infrastructure changes and shown some examples of how the new system supports and improves the efficiency of the parking area. The developed concept was called hybrid because it combines two systems: given for user a parking space in real time and reconfiguring the parking lot to the previously adopted assumption of its capacity. After each previously unplanned change, the system reacts and can reconfigure the car park to new assumptions. Of course, the cars are stationary in the same place, because the case under consideration is based on a solid surface car park without a car transport system. The places themselves are reconfigured, they change their shape and their mutual arrangement (only if they are free). The system can also be based on laser-displayed lines or LED illuminated lines installed below, or in the parking lot level (this solution was focused on in the publication). In this way, it is possible to obtain the daily capacity of the car park by up to 20%, and if we assume that we can reconfigure the car park, e.g. every 60 minutes, this capacity increases to even 50%. Many employees who have task-related working time do not need a place for a full 8 hours, so they can block them for e.g. 4 hours, and another employee will use the remaining time, which will increase the daily productivity of the place by 100%, and if we have several employees, who come to the company only for documents, one place can increase their efficiency several times from 7:00 to 16:00, and in the case of multi-shift work, we have more multiplication. It is difficult to quantify the overall increase in efficiency, so it is extremely safe to assume that it will be around 20%.

**Keywords:** hybrid parking, management, parking system, parking concept



# PRZYDATNOŚĆ PORZĄDKOWEJ, NIEROZMYTEJ OCENY WE WSPÓŁCZESNEJ ANALIZIE DECYZJI<sup>1</sup>

**Grzegorz GINDA**

AGH Akademia Górniczo-Hutnicza w Krakowie, Wydział Zarządzania, Katedra Zarządzania Strategicznego

**Streszczenie:** Wspomaganie procesu podejmowania decyzji we współczesnych przedsiębiorstwach wymaga uwzględniania niedoskonałego charakteru dostępnej informacji. Jednym z tradycyjnych narzędzi umożliwiających modelowanie wpływu takiej informacji są porządkowe skale oceny atrybutów obiektów, np. dostępnych wariantów decyzji i ich atrybutów o jakościowym charakterze. Stopnie takich skal są jednak często wyrażane przy zastosowaniu zaawansowanych narzędzi modelowania niedoskonałej informacji np. liczbami rozmytymi, których zastosowanie skutkuje dodatkowym wysiłkiem obliczeniowym. Takie jednoczesne stosowanie obu sposobów ujmowania niedoskonałego charakteru informacji budzi więc wątpliwości. Dlatego w pracy podjęto próbę oceny, czy taki sposób modyfikacji skal porządkowych przynosi realne korzyści w porównaniu z rezultatami otrzymywanymi dzięki wyrażeniu stopni skali w prostszy, nierozmyty sposób. Rozważania teoretyczne zilustrowano w pracy, przedstawiając zastosowanie dwóch popularnych metod analizy decyzji.

**Słowa kluczowe:** analiza decyzji, skala porządkowa, skala rozmyta, przydatność, metoda DEMATEL, metoda AHP

## 1. Wprowadzenie

Praktyka wspomagania decyzji w przedsiębiorstwach wyróżnia pięć modelowych postaci uwarunkowań informacyjnych – sytuacji decyzyjnych, które przesądzają o efektach podejmowanych decyzji (Forlicz, 2001). Pierwsza postać wiąże się z tzw. sytuacją podejmowania decyzji w warunkach wiedzy doskonałej – deterministycznych, pozwalających z góry określić efekty wszelkich możliwych kierunków działania, stanowiących znane warianty decyzji. Postać druga dotyczy sytuacji podejmowania decyzji w warunkach ryzyka i wiąże się z dostępnością niepełnej informacji o charakterze uwarunkowań efektów decyzji, np. rozkładu prawdopodobieństwa występowania pewnych uwarunkowań. W efekcie przekłada się ona na nie do końca przewidywalne efekty rozpatrywanych wariantów decyzji. Trzy ostatnie postacie

---

<sup>1</sup> Publikacja została sfinansowana przez Akademię Górniczo-Hutniczą im. Stanisława Staszica w Krakowie (subwencja na utrzymanie i rozwój potencjału badawczego).

dotyczą sytuacji decyzyjnych, w których istnieje dostęp do informacji o bardzo ograniczonym zakresie. W pierwszej z tych postaci ograniczony zakres dostępnej informacji wynika z przyczyn naturalnych (sytuacja podejmowania decyzji w warunkach niepewności), a w drugiej – ze świadomego kształtowania sytuacji decyzyjnej przez inne, konkurencyjne podmioty (sytuacja podejmowania decyzji w warunkach konfliktu). Natomiast trzecia z nich wiąże się z przypadkiem braku kompletnej informacji nawet w odniesieniu do możliwych wariantów decyzji (sytuacja podejmowania decyzji w warunkach ignorancji).

Sytuacja podejmowania decyzji w warunkach pewności jest trywialna, gdyż wiąże się z dostępem do perfekcyjnej wiedzy na temat uwarunkowań decyzji i ich jednoznacznych powiązań z jej efektami. W praktyce bardzo rzadko dysponujemy jednak taką kompletną informacją i dlatego zwykle jesteśmy konfrontowani z pozostałymi sytuacjami decyzyjnymi. Dążąc do uzyskania zadowalającego rozwiązania, staramy się jednak uzupełnić braki w dostępnej niedoskonałej informacji tak, by doprowadzić rozważaną sytuację decyzyjną do takiej postaci, która daje nadzieję na wskazanie przynajmniej zadowalającego wariantu decyzji. W tym celu można posłużyć się odpowiednimi środkami dopasowanymi do charakteru konkretnej sytuacji decyzyjnej, np. symulacją, grą z naturą, grą strategiczną czy heurystyką.

Niedoskonały charakter niezbędnej informacji może wynikać nie tylko z oczywistych, związanych z charakterem samej sytuacji decyzyjnej braków w dostępnej informacji. Na przykład pomimo teoretycznej możliwości dokonania właściwych pomiarów mogą one nie być dostępne z obiektywnych powodów, np. niedostatecznej podaży niezbędnych zasobów – czasu, finansów, zasobów materialnych etc. W praktyce podejmowania decyzji często pojawia się także konieczność uwzględniania wpływu czynników o trudno mierzalnej, jakościowej naturze. W takich sytuacjach może pomóc zastosowanie porządkowych skal ocen (Walesiak, 2014), których kolejne stopnie wyrażają kolejne poziomy intensywności (kategorie) określonego czynnika. Z takiej możliwości skorzystano w szeregu metod wspomagania decyzji opracowanych jeszcze w latach 70. ubiegłego wieku, np. w DEcision MAking Trial and Evaluation Laboratory (DEMATEL) Fonteli i Gabusa (1976) czy w Analizie Hierarchicznej Procesów / Analizie Sieciowej Procesów – AHP/ANP Saaty'ego (1980; 1996). Metody te dobrze ilustrują sposób modelowania niedoskonałości w dostępnej informacji za pomocą porządkowych skal, polegający na kojarzeniu ich poszczególnych poziomów z kolejnymi liczbami całkowitymi. Taka budowa skali z jednej strony pomaga w wyrażeniu monotonicznego charakteru czynnika, a z drugiej – ułatwia przetwarzanie informacji.

Badania nad modelowaniem niedoskonałości informacji prowadzone począwszy od lat 60. ubiegłego wieku doprowadziły do opracowania szeregu narzędzi to umożliwiających. Należą do nich m.in. różne implementacje zbiorów rozmytych zaproponowanych pierwotnie przez Zadeha (1965), a także teoria dowodów Dempstera (1968) i Shafera (1976), zbiory przybliżone Pawlaka (1982) oraz systemy szare Denga (Liu i Lin, 2011). Obecnie powyższe narzędzia wykorzystywane są nie tylko samodzielnie, ale również w celu poszerzenia potencjału aplikacyjnego innych narzędzi – również takich jak wymienione wcześniej metody DEMATEL i AHP. W tym celu oryginalne porządkowe skale ocen takich metod podlegają



modyfikacji polegającej na zastąpieniu całkowitoliczbowego opisu jej poziomów np. liczbami rozmytymi.

Rozmyty opis poziomów skal ma zwykle parametryczny charakter. Parametry liczb rozmytych są wykorzystywane do wykonania odpowiednich obliczeń, w wyniku których otrzymuje się rezultaty o takiej samej (rozmytej) postaci. W celu ich wiarygodnej interpretacji przeprowadza się ich wyostrenie, prowadzące do uzyskania ich ostrych, nierozmytych odpowiedników. Złożony, parametryczny charakter rozmytej reprezentacji informacji skutkuje także bardziej złożonym i pracochłonnym (niż w przypadku jej całkowito- i rzeczwiśliczbowej reprezentacji) przetwarzaniem danych.

Naturalnie nasuwa się więc istotne pytanie o to, czy rzeczywiście wprowadzanie nieostrej reprezentacji dostępnej informacji o niedoskonałym charakterze przynosi zawsze korzyści w porównaniu ze stosowaniem tradycyjnego, całkowitoliczbowego wyrażania zróżnicowania kategorii opisanych poszczególnymi poziomami tradycyjnej skali porządkowej. Poszukiwanie odpowiedzi na to pytanie wydaje się tym bardziej zasadne, że rozmyte warianty skali porządkowej dominują w publikacjach na temat zastosowań popularnych obecnie metod opracowanych z myślą o uwzględnianiu niedoskonałej informacji jeszcze w latach 70. XX wieku. Do takich metod należą DEMATEL i AHP/ANP, obecne w publikacjach wykazywanych w uznanych bazach bibliograficznych od lat 80. XX wieku (Wind i Saaty, 1980; Kawata, 1981). Co więcej, takiemu masowemu i zwykle bezrefleksyjnemu korzystaniu z rozmytych wariantów powyższych metod towarzyszy zwykle brak jakiegokolwiek próby jego racjonalnego uzasadnienia. Warto też zwrócić uwagę na to, że dzieje się tak nawet pomimo zdecydowanego i wszechstronnie uzasadnianego sprzeciwu, np. nie kogo innego, jak samego pomysłodawcy AHP/ANP (Saaty, 2006; Saaty i Tran, 2007). W odniesieniu do zastosowania jednej z najbardziej popularnych postaci liczb rozmytych w metodzie DEMATEL problem ten zasygnalizowano także w artykule Dytczaka i Gindy (2013).

W tym rozdziale monografii podjęto więc próbę odpowiedzi na pytanie o sens stosowania tradycyjnej, nierozmytej skali porządkowej w takich metodach jak DEMATEL i AHP/ANP w sytuacji, gdy istnieje możliwość wyrażania niedoskonałości dostępnej informacji w bardziej zaawansowany sposób. W podrozdziale 2 przypomniano zasady stosowania skali porządkowej w powyższych metodach. Podrozdział 3 poświęcono analizie porównawczej wyników stosowania oryginalnych i zmodyfikowanych postaci skal ocen w obu metodach. W ostatnim podrozdziale dokonano podsumowania i sformułowano wnioski na temat celowości rozmytej modyfikacji oryginalnych porządkowych skal ocen stosowanych w analizie decyzji oraz przydatności takich oryginalnych skal we współczesnej analizie decyzji.

## **2. Budowa i zasady stosowania skal porządkowych**

Budowa i zasady stosowania porządkowych skal w analizie decyzji zostaną omówione na przykładzie metod DEMATEL i AHP/ANP. W pierwszej z nich skala porządkowa służy do różnicowania (abstrakcyjnie pojmowanego i konkretyzowanego

w trakcie właściwej analizy) bezpośredniego wpływu czynnika (obiektu etc.) na inny czynnik (obiekt etc.), natomiast w przypadku drugiej – do różnicowania relatywnie pojmowanego znaczenia (AHP) atrybutu modelu określonego zagadnienia decyzyjnego dla rozwiązania tego zagadnienia lub do różnicowania, także relatywnie pojmowanego, wpływu (ANP) atrybutu modelu na rozwiązanie tego zagadnienia. Obie powyższe metody wykorzystują porównania parami, realizowane w określonym kontekście i zdefiniowane przez strukturę modelu rozważanego zagadnienia. W przypadku metody DEMATEL taką strukturą jest sieć bezpośredniego wpływu, wyrażająca ukierunkowanie (zwrot) oddziaływań bezpośredniego wpływu składników modelowanego systemu. Natomiast struktura AHP/ANP, nazywana strukturą sterującą (*control structure*), przyjmuje w AHP postać hierarchiczną (*control hierarchy*) – wielopoziomowej hierarchii – lub sieci ANP (*control network*), pozwalającej na dodatkowe uwzględnianie sprzężeń (*feedback*) między elementami modelu.

Zróznicowanie intensywności oddziaływania bezpośredniego wpływu w metodzie DEMATEL oddaje porządkowa skala złożona z  $N + 1$  poziomów. Zasadniczo do wyrażenia tego zróznicowania wykorzystywane są kolejne liczby całkowite, począwszy od zera, a na  $N$  skończywszy. W klasycznym ujęciu twórców metody (Fontela i Gabus, 1976) skala taka składała się z pięciu poziomów o następującym znaczeniu:

1. brak bezpośredniego oddziaływania (intensywność oddziaływania równa 0),
2. niski bezpośredni wpływ (intensywność 1),
3. przeciętny bezpośredni wpływ (intensywność 2),
4. wysoki bezpośredni wpływ (intensywność 3),
5. ekstremalny wpływ (intensywność  $N = 4$ ).

Z oryginalnych publikacji twórców metody (Fontela i Gabus, 1973) wynika, że ich zasadniczym celem było opracowanie metodyki, która pomogłaby w uwzględnianiu jakościowego charakteru bezpośrednich powiązań i – stanowiących rezultat jej zastosowania – pośrednich powiązań między elementami systemu analizowanego przez Fontelę i Gabusa, na który składały się problemy ówczesnego świata. Właśnie takiemu celowi posłużyło ostatecznie zastosowanie opisu zróznicowania intensywności bezpośredniego wpływu za pomocą ciągu kolejnych liczb całkowitych. Zastosowanie takiej reprezentacji intensywności oddziaływania ma także inne zalety. Po pierwsze, ograniczony stopień zróznicowania poziomów skali ułatwia, wskutek dostosowania do możliwości percepcyjnych człowieka (Miller, 1956), pozyskiwanie wiarygodnych opinii na temat intensywności bezpośredniego wpływu analizowanych czynników. Po drugie, ułatwia ono przetwarzanie informacji o strukturze tego wpływu. Zalety te wydatnie uwidoczniły właśnie efekty realizacji programu badawczego, na potrzeby którego została opracowana metoda DEMATEL (Ginda, 2020).

W praktyce stosowane są obecnie skale metody o dowolnej, dostosowanej do konkretnych potrzeb liczbie poziomów zróznicowania intensywności oddziaływania bezpośredniego wpływu. W takich skalach jest zawsze wykorzystywany poziom zerowy. Dowolną całkowitoliczbową skalę można więc jednoznacznie określać symbolem  $0-N$ , w którym  $N$  jest liczbą całkowitą wyrażającą ekstremalny poziom intensywności bezpośredniego wpływu.

Począwszy od połowy pierwszej dekady po 2000 roku, mają miejsce próby adaptacji metody DEMATEL do przetwarzania informacji o niedoskonałym charakterze. Początkowo starano się to realizować za pomocą standardowych środków, a więc również tradycyjnego sposobu modelowania bezpośredniego wpływu, np. dzięki zastosowaniu podejścia stochastycznego, wykorzystującego symulacje (Tamura i in., 2006). W tym samym niemal czasie zaczęły się pojawiać dalej posunięte propozycje, zmiany sposobu wyrażania niedoskonałego charakteru informacji w samej metodzie np. dzięki opisowi poszczególnych poziomów intensywności bezpośredniego wpływu za pomocą zbiorów rozmytych pierwszego rodzaju (Wu i Lee, 2007). W następnych latach pojawiały się kolejne propozycje modyfikacji, np. związane z zastosowaniem systemów szarych (Tseng, 2009) oraz zbiorów rozmytych rodzaju drugiego (Bokaei Hosseini i Tarokh, 2011).

Przejdźmy teraz do skali stosowanej w AHP/ANP. W tym przypadku znalazła zastosowanie oryginalna, uniwersalna skala porównań parami Saaty'ego. Bazuje ona na psychologicznym prawie  $7 \pm 2$  Millera (1956). Dlatego składa się ona z pięciu podstawowych poziomów, opisanych pierwszymi pięcioma nieparzystymi liczbami naturalnymi. Wyrażają one różnicę między porównywanymi parami atrybutami modelu zagadnienia decyzyjnego w odniesieniu do kontekstowego znaczenia dla rozwiązania (AHP) lub kontekstowego wpływu (ANP) na rozwiązanie określonego zagadnienia decyzyjnego. Poszczególne poziomy oznaczają:

- poziom pierwszy (standardowa ocena równa 1) – brak różnicy między atrybutami;
- poziom drugi (ocena 3) – niewielka przewaga pierwszego z porównywanych w ramach pary atrybutów;
- poziom trzeci (ocena 5) – wyraźna przewaga pierwszego atrybutu;
- poziom czwarty (ocena 7) – bardzo duża przewaga pierwszego atrybutu;
- poziom piąty (ocena 9) – ekstremalna przewaga pierwszego atrybutu.

Powyższe poziomy oddają pewność decydenta co do właściwej oceny relacji między porównywanymi atrybutami. AHP/ANP umożliwia wyrażanie wahania decydenta. W tym celu stosowane są cztery pośrednie poziomy skali, opisane naturalnymi liczbami – odpowiednio 2, 4, 6 i 8. Dzięki zastosowaniu zasady odwrotności (*reciprocity rule*) ocen relacji łączącej porównywane atrybuty do wyrażenia przewagi drugiego atrybutu (spośród atrybutów porównywanych w ramach par) stosuje się odwrotność oceny odpowiadającej określonej skali.

Dziesięciostopniowa skala ocen stanowi niekwestionowany standard w AHP/ANP. Oceny skojarzone z jej kolejnymi poziomami mogą jednak przyjmować różne wartości ostre. Na przykład w książce Dytczaka (2010) wymieniono aż 13 takich dodatkowych wariantów skal. Podobnie jak w przypadku metody DEMATEL skala ocen AHP/ANP doczekała się także szeregu modyfikacji polegających na zastosowaniu różnych sposobów wyrażania oceny relacji między atrybutami modeli zagadnień. Najczęściej polegają one na zastosowaniu w tym celu liczb rozmytych (Laarhoven i Pedrycz, 1983, Liu i in., 2020), choć pojawiają się i inne pomysły. Przykładowo Lin i in. (2004) zaproponowali użycie w tym celu systemów szarych, a Alam i Shrabanti (2002) – zbiorów przybliżonych.

Porównania parami realizowane są w ramach grup atrybutów modelu AHP, tworzących określony poziom jego hierarchicznej struktury lub skupienie atrybutów w modelu ANP zagadnienia decyzyjnego. Na podstawie pełnego zestawu ocen relacji między atrybutami budowana jest kwadratowa macierz ocen (*judgment matrix*). Jej kolejne wiersze i kolumny poświęcone są kolejnym atrybutom modelu tworzącym grupę lub skupienie. Zawartość wierszy macierzy odpowiada sytuacjom, w których dany atrybut, któremu poświęcony jest wiersz, występuje w parach jako pierwszy, a zawartość kolumn – sytuacjom, w których taki atrybut występuje jako drugi element pary. Dlatego macierz ocen jest zawsze macierzą odwrotną (*reciprocal matrix*) ze wszelkimi tego konsekwencjami. Macierz ta stanowi także uniwersalną podstawę opisu kontekstowej relacji znaczenia (AHP) lub wpływu (ANP) łączącej poszczególne atrybuty grupy lub skupienia, a także – wyznaczania priorytetu wyrażającego relatywne znaczenie lub wpływ poszczególnych atrybutów.

W wariancie AHP/ANP z ostrymi ocenami dostępne są liczne sposoby wyznaczania priorytetów (Choo i Wedley, 2004). Obejmują one m.in. zalecaną przez pomysłodawcę AHP (Saaty, 2003) metodę prawostronnego wektora własnego macierzy ocen REV (*right eigen vector*), metodę potęgowania macierzy ocen (*power method* – PM), metodę średniej geometrycznej SGM (*simple geometric mean*) (Kwiesielewicz, 2002), a także metody przybliżone, jak np. SNCS (*simple normalized column sum*). Niektóre spośród tych metod znalazły zastosowanie także w przypadku nieostrej oceny relacji między atrybutami. Przykładowo Buckley (1984) zaadaptował SGM do przypadku stosowania liczb rozmytych I rodzaju i właśnie z tej możliwości skorzystano w dalszej części pracy.

### 3. Przykładowa analiza

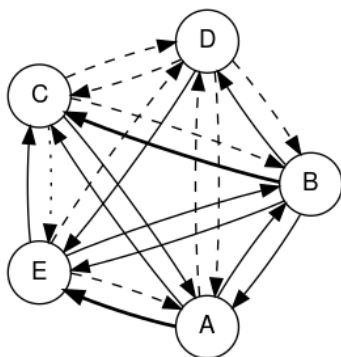
#### 3.1. DEMATEL

W celu ilustracji potencjalnych efektów stosowania rozmytego modelowania bezpośredniego wpływu w metodzie DEMATEL posłużono się przykładem opisanym szczegółowo w pracy Dytczaka i Gindy (2013). Dotyczy on zagadnienia identyfikacji struktury całkowitego wpływu związanej z czterema obiektami oznaczanymi kolejnymi dużymi literami A–E. Strukturę bezpośredniego wpływu zdefiniowano na podstawie klasycznej, czterostopniowej skali Fonteli i Gabusa. Ilustruje ją tabela 1, w której wierszach zestawiono przyjęte poziomy intensywności bezpośredniego wpływu, odpowiadające wpływowi na inne obiekty, a w kolumnach – intensywność bezpośredniego wpływu innych obiektów. Strukturę bezpośredniego wpływu przedstawiono także na rysunku 1, posługując się w tym celu digrafem. Jego wierzchołki oznaczają kolejne obiekty, a łuki – kierunek i intensywność bezpośredniego wpływu. Zróznicowanie intensywności bezpośredniego wpływu wyrażono w nim za pomocą różnych krojów linii jego łuków, począwszy od kroju punktowego, odpowiadającego najniższemu poziomowi intensywności, przez kroje kreskowy i ciągły, a na kroju pogrubionym, odpowiadającym ekstremalnemu poziomowi bezpośredniego wpływu, skończywszy.

Tabela 1

Założona struktura bezpośredniego wpływu obiektów

Obiekt	A	B	C	D	E
A	0	3	3	2	4
B	3	0	4	3	3
C	3	2	0	2	1
D	2	2	2	0	3
E	2	3	3	2	0



Rys. 1. Ilustracja założonej struktury bezpośredniego wpływu

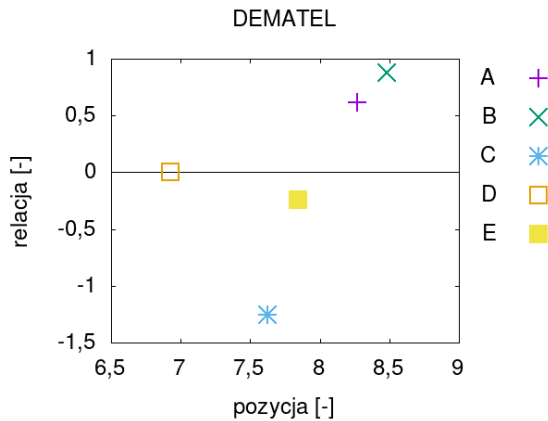
Na podstawie obliczeń, zrealizowanych za pomocą oryginalnego algorytmu Fonteli i Gabusa (1976), dla każdego z obiektów otrzymano – w pracy Dytczaka i Gindy (2013) – zasadniczy wynik zastosowania metody DEMATEL, czyli parę dwóch wskaźników. Pierwszy z nich ( $s^+$ ) jest nazywany pozycją lub prominencją (*position, prominence*) i wyraża ogólny udział obiektu w oddziaływaniach obiektów, uwzględniających ich bezpośredni i pośredni wpływ. Na jego podstawie można więc stwierdzać ogólną „aktywność” poszczególnych obiektów, polegającą na ich udziale w oddziaływaniach między obiektami. Natomiast wskaźnik drugi ( $s^-$ ) określa się mianem relacji (*relation*). Służy on do rozróżniania obiektów stanowiących zasadnicze przyczyny (zidentyfikowane na podstawie wyraźnie dodatnich wartości tego wskaźnika) oddziałujące na inne obiekty (skutki) – zidentyfikowane na podstawie wyraźnie ujemnych wartości tego wskaźnika. Zauważmy, że okołozerowe wartości wskaźnika  $s^-$  wyrażają neutralny charakter obiektów. Powyższa forma rezultatów metody – wyników identyfikacji charakteru obiektów – wyraźnie wyraża więc jej jakościowy charakter.

Wartości otrzymanych wskaźników zestawiono w tabeli 2. W jej ostatniej kolumnie wyjaśniono zidentyfikowany charakter obiektu (przyczynowy – P, skutkowy – S lub neutralny – N). Na rysunku 2 zaprezentowano wykres pokazujący rozmieszczenie punktów reprezentujących obiekty A i B w dwuwymiarowej przestrzeni wskaźników  $s^+$  i  $s^-$ .

Tabela 2

Wyniki zastosowania założonej struktury bezpośredniego wpływu

Obiekt	$s^+$	$s^-$	P/S
A	8,2657	0,6151	P
B	8,4812	0,8805	P
C	7,6256	-1,255	S
D	6,9252	0	N
E	7,8411	-0,24	S



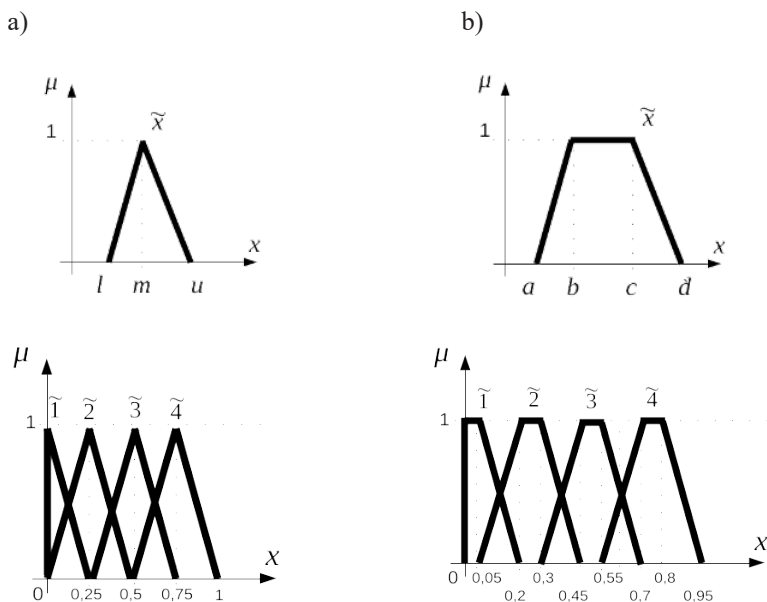
Rys. 2. Wyniki zastosowania standardowej postaci danych w metodzie DEMATEL

Na podstawie rezultatów zastosowania standardowego sposobu wyrażenia intensywności bezpośredniego wpływu można więc stwierdzić, że podstawowymi przyczynami są obiekty B i A, natomiast najbardziej wyraźnym skutkiem oddziaływania innych obiektów okazał się obiekt C. Wobec niewielkiej, ujemnej wartości wskaźnika relacji za drugi, dużo mniej wyraźny skutek można uznać obiekt E. Obiekt D charakteryzuje zerowa wartość tego wskaźnika. Wobec tego można go z pewnością uznać za obiekt neutralny. Najsilniej powiązаныmi z innymi obiektami okazały się obiekty A i B, a najsłabiej – D.

W pracy Dytczaka i Gindy (2013) zaprezentowano również wyniki zastosowania metody DEMATEL z wykorzystaniem skali ocen analogicznej w stosunku do oryginalnej propozycji 0–4 Fonteli i Gabusa, ale o poziomach intensywności bezpośredniego wpływu wyrażonych za pomocą trójkątnych liczb rozmytych (*triangular fuzzy number* – TFN) (zob. rys. 3a). W obecnej pracy zastosowano dodatkowo analogiczną skalę o poziomach bezpośredniego wpływu opisanych przy użyciu rozmytych liczb trapezowych (*trapezoidal fuzzy number* – TrFN) (zob. rys. 3b).

Odpowiednio zastępując w strukturze bezpośredniego wpływu (tab. 1, rys. 1) ostre oceny intensywności bezpośredniego wpływu ich rozmytymi odpowiednikami (pokazanymi na rysunku 3), można wyrazić intensywność bezpośrednie-

go wpływu za pomocą jednej z form liczb rozmytych – TFN lub TrFN (zob. tab. 3 i 4). Parametryczna forma liczb rozmytych – trójelementowa w przypadku zastosowania TFN (ostre parametry  $l, m, u$ ) oraz czteroelementowa w przypadku zastosowania TrFN (ostre parametry  $a, b, c, d$ ) – sprzyja (powszechnie stosowanej) dekompozycji obliczeń na (odpowiednio) trzy (Dytczak i Ginda, 2013) lub cztery części (Hiete i in., 2012), wykorzystujące ostrą reprezentację kolejnych parametrów liczb rozmytych. Przy tym założono, że – podobnie jak w przypadku pracy Dytczaka i Gindy (2013) – brakowi bezpośredniego wpływu przyporządkujemy następujące formalne postacie jego rozmytej reprezentacji:  $(0;0;0)$  lub  $(0;0;0;0)$ .



Rys. 3. Wybrane parametryczne postacie rozmytych skal porządkowych: a) TFN; b) TrFN

Tabela 3  
Oceny intensywności bezpośredniego wpływu (TFN)

Obiekt	A	B	C	D	E
A	(0;0;0)	(0,25;0,5;0,75)	(0,25;0,5;0,75)	(0;0,25;0,5)	(0,5;0,75;1)
B	(0,25;0,5;0,75)	(0;0;0)	(0,5;0,75;1)	(0,25;0,5;0,75)	(0,25;0,5;0,75)
C	(0,25;0,5;0,75)	(0;0,25;0,5)	(0;0;0)	(0;0,25;0,5)	(0;0;0,25)
D	(0;0,25;0,5)	(0;0,25;0,5)	(0;0,25;0,5)	(0;0;0)	(0,25;0,5;0,75)
E	(0;0,25;0,5)	(0,25;0,5;0,75)	(0,25;0,5;0,75)	(0;0,25;0,5)	(0;0;0)

**Tabela 4**  
Oceny intensywności bezpośredniego wpływu (TrFN)

Obiekt	A	B	C	D	E
A	(0;0;0;0)	(0,3;0,45;0,55;0,7)	(0,3;0,45;0,55;0,7)	(0,05;0,2;0,3;0,45)	(0,55;0,7;0,8;0,95)
B	(0,3;0,45;0,55;0,7)	(0;0;0;0)	(0,55;0,7;0,8;0,95)	(0,3;0,45;0,55;0,7)	(0,3;0,45;0,55;0,7)
C	(0,3;0,45;0,55;0,7)	(0,05;0,2;0,3;0,45)	(0;0;0;0)	(0,05;0,2;0,3;0,45)	(0;0;0,05;0,2)
D	(0,05;0,2;0,3;0,45)	(0,05;0,2;0,3;0,45)	(0,05;0,2;0,3;0,45)	(0;0;0;0)	(0,3;0,45;0,55;0,7)
E	(0,05;0,2;0,3;0,45)	(0,3;0,45;0,55;0,7)	(0,3;0,45;0,55;0,7)	(0,05;0,2;0,3;0,45)	(0;0;0;0)

Po agregacji wyników częściowych obliczeń otrzymano rozmyte reprezentacje wskaźników pozycji i relacji. Zestawiono je w tabeli 5 (TFN) i 6 (TrFN). Dla interpretacji ostatecznych wyników wymagane jest przekształcenie liczb rozmytych reprezentujących obydwa wskaźniki w liczby rzeczywiste. W pracy Dytczaka i Gindy (2013) zastosowano w tym celu ogólnie znaną metodykę środka ciężkości CoG (*center of gravity*). W celu zweryfikowania możliwości wpływu sposobu wyostrażania rozmytych wyników na ostateczne wyniki analizy w obecnej pracy dodatkowo użyto w tym celu metody CFCS (*converting fuzzy data into crisp scores*) Opricovica i Tzenga (2003). Oryginalnie opracowano ją z myślą o zastosowaniu w odniesieniu do trójkątnych liczb rozmytych. W przypadku wyostrażania trapezowych liczb rozmytych wykorzystano więc jego modyfikację (Hiete i in., 2012). Rezultaty wyostrażania wyników zostały ostatecznie przedstawione w tabeli 7 i 8, natomiast ich ilustracja – na rysunkach 4 i 6.

Otrzymane wyniki wskazują również na to, że w zależności od przyjętej formy wyrażenia intensywności bezpośredniego wpływu otrzymujemy różne wartości podstawowych wskaźników wynikających z zastosowania metody DEMATEL. Różnice między wartościami wskaźników wydają się jednak nie mieć wpływu na wyniki ostatecznej identyfikacji, zwłaszcza zasadniczych przyczyn i skutków. Pewne istotne różnice w stosunku do standardowych wyników (zob. rys. 2) zaobserwowano bowiem jedynie w przypadku wyostrażania rozmytych wyników zastosowania trapezowej postaci liczb rozmytych za pomocą metody CFCS (por. prawy wykres na rysunku 5 z rysunkiem 2). Wszelkie wątpliwości co do jakościowej zgodności ze standardowymi rezultatami zastosowania metody DEMATEL ostatecznie wyjaśnia jednak fragment wykresu pokazany na rysunku 6.

**Tabela 5**  
Wyniki zastosowania metody DEMATEL (TFN)

Obiekt	$\tilde{s}^+$	$\tilde{s}^-$
A	(2,4951;5,2278;8,2657)	(0,7104;0,613;0,6151)
B	(2,6341;5,3968;8,4812)	(0,9159;0,8627;0,8805)
C	(2,1233;4,5744;7,6256)	(-1,0822;-1,2664;-1,2551)
D	(0,7436;3,8307;6,9252)	(0;0;0)
E	(2,2622;4,7434;7,8411)	(-0,544;-0,2093;-0,2405)



**Tabela 6**  
Wyniki zastosowania metody DEMATEL (TrFN)

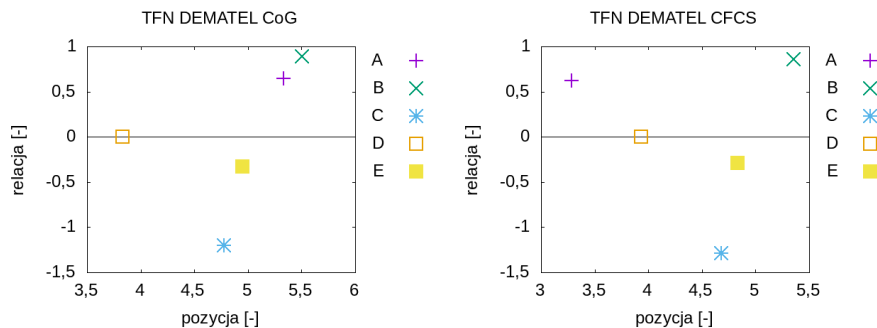
Obiekt	$\tilde{s}^+$	$\tilde{s}^-$
A	(0,8596;1,8725;3,0751;7,6558)	(0,2096;0,2653;0,3358;0,6149)
B	(0,9364;1,9624;3,1868;7,8647)	(0,2935;0,3763;0,4786;0,8778)
C	(0,7317;1,6242;2,7238;7,0139)	(0,337;-0,514;-0,687;-1,257)
D	(0,4025;1,2889;2,3355;6,3074)	(0;0;0;0)
E	(0,8085;1,7142;2,8354;7,2228)	(-0,166;-0,128;-0,127;-0,236)

**Tabela 7**  
Rezultaty wyostrzenia wyników zastosowania metody DEMATEL (TFN)

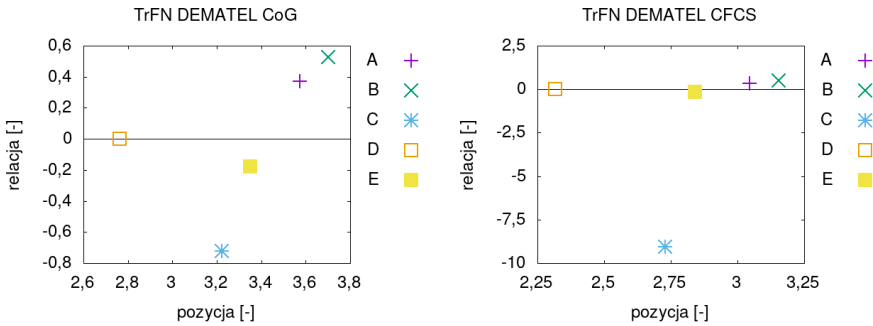
Obiekt	CoG			CFCS		
	$s^+$	$s^-$	P/S	$s^+$	$s^-$	P/S
A	5,3295	0,6462	P	3,2852	0,6217	P
B	5,504	0,8864	P	5,3549	0,8618	P
C	4,7744	-1,2012	S	4,6772	-1,2882	S
D	3,8332	0	N	3,9309	0	N
E	4,9489	-0,3313	S	4,8296	-0,2912	S

**Tabela 8**  
Rezultaty wyostrzenia wyników zastosowania metody DEMATEL (TrFN)

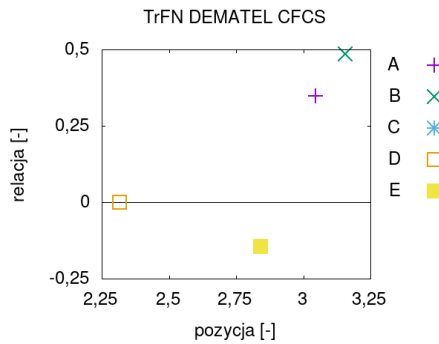
Obiekt	CoG			CFCS		
	$s^+$	$s^-$	P/S	$s^+$	$s^-$	P/S
A	3,5737	0,3695	P	3,0457	0,3474	P
B	3,7005	0,5251	P	3,1551	0,4851	P
C	3,2222	-0,721	S	2,7277	-9,0781	S
D	2,7633	0	N	2,3159	0	N
E	3,349	-0,177	S	2,8401	-0,1434	S



**Rys. 4.** Wyniki zastosowania standardowej postaci danych w metodzie DEMATEL (TFN)



Rys. 5. Wyniki zastosowania standardowej postaci danych w metodzie DEMATEL (TrFN)



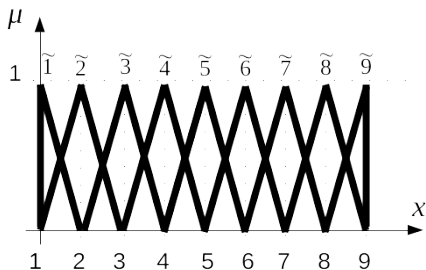
Rys. 6. Wyniki zastosowania standardowej postaci danych w metodzie DEMATEL (TrFN, CFCS)

Porównanie poszczególnych wyników uzyskanych w kontekście ogólnej siły powiązań obiektów, która wyraża wskaźnik pozycji, wskazuje jednak na nieprawidłowość, która towarzyszy wykorzystaniu metody CFCS do wyostrenia wyników zastosowania trójkątnych liczb rozmytych. Z porównania prawego wykresu na rysunku 4 z wykresem na rysunku 2 wynika bowiem, że sugeruje on niewłaściwą (niską) aktywność obiektu A. Nieprawidłowość ta wskazuje więc na niebezpieczeństwo istotnej wrażliwości zasadniczych jakościowych wyników stosowania metody DEMATEL. Być może są za to odpowiedzialne pewne kombinacje rozmytej formy wyrażania intensywności bezpośredniego wpływu i sposobów wyostrenia wyników ich stosowania. Ostateczne potwierdzenie takiej hipotezy wymaga jednak oczywiście przeprowadzenia odpowiednich badań.

### 3.2. AHP

Na rysunku 7 pokazano typową skalę AHP o poziomach opisanych trójkątnymi liczbami rozmytymi. Dla zilustrowania jej zastosowania posłużono się obliczeniami związanymi z szacowaniem relatywnego znaczenia pięciu przykładowych obiektów oznaczonych – podobnie jak w przykładzie dotyczącym metody DEMATEL – pięcioma kolejnymi

literami alfabetu łącińskiego: A–E. Przykładowy komplet ostrych ocen, wynikający z porównań znaczenia obiektów parami i spełniający szczegółowe wymagania metody AHP/ANP co do spójności ocen, przedstawiono w tabeli 9. W tabeli 10 przedstawiono jego rozmyto liczbowy odpowiednik, wynikający z zastosowania skali z rysunku 7.



Rys. 7. Wyniki zastosowania standardowej postaci danych w metodzie DEMATEL (TrFN, CFCS)

Tabela 9

Przykładowy zestaw ocen AHP

Obiekt	A	B	C	D	E
A	1	1/3	3	1/5	4
B	3	1	5	1/3	6
C	1/3	1/5	1	1/7	3
D	5	3	7	1	9
E	1/4	1/6	1/3	1/9	1

Tabela 10

Przykładowy zestaw ocen AHP – przypadek rozmyty

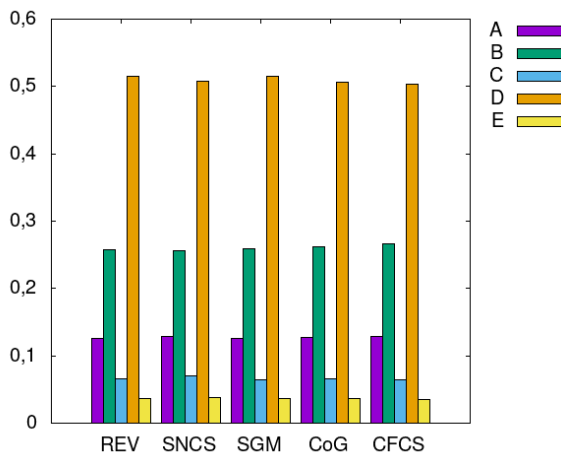
Obiekt	A	B	C	D	E
A	(1;1;1)	(1/4;1/3;1/2)	(2;3;4)	(1/6;1/5;1/4)	(3;4;5)
B	(2;3;4)	(1;1;1)	(4;5;6)	(1/4;1/3;1/2)	(5;6;7)
C	(1/4;1/3;1/2)	(1/6;1/5;1/4)	(1;1;1)	(1/8;1/7;1/6)	(2;3;4)
D	(4;5;6)	(2;3;4)	(6;7;8)	(1;1;1)	(8;9;9)
E	(1/5;1/4;1/3)	(1/7;1/6;1/5)	(1/4;1/3;1/2)	(1/9;1/9;1/8)	(1;1;1)

Ostatecznie do oszacowania relatywnego znaczenia (czyli priorytetów) obiektów wykorzystano w przypadku ostrych ocen trzy różne metody: REV, SGM i SNCS. Do wyostrzenia rozmytych rezultatów zastosowania podejścia Buckleya (1984) wykorzystano metody CoG i CFCS. Otrzymane znormalizowane zestawy priorytetów zawarto w tabeli 11. Dodatkowo w ostatnim wierszu tabeli przedstawiono wartości

średniokwadratowego błędu MSE (*mean squared error*), odniesionego do wyników zastosowania, rekomendowanej przez Saaty'ego, metody ustalania priorytetów. Wyniki analizy zaprezentowano również na rysunku 8. Przedstawiony tam wykres wskazuje na to, że pomimo liczbowych różnic pomiędzy rezultatami wykorzystania poszczególnych sposobów priorytyzacji obiektów jej rezultaty wykazują niemal zupełnie zgodny charakter. Na charakter otrzymanych rezultatów nie wpłynęła istotnie także zmiana formy oceny – z ostrej na rozmytą.

**Tabela 11**  
Wyniki zastosowania AHP

Obiekt	REV	SGM	SNCS	CoG	CFCS
A	0,1252	0,1253	0,129	0,128	0,129
B	0,2578	0,2587	0,2559	0,2621	0,2663
C	0,0652	0,0643	0,0698	0,0657	0,065
D	0,5157	0,5158	0,5079	0,507	0,5039
E	0,0362	0,0359	0,0375	0,0372	0,0358
MSE	0	$2 \cdot 10^{-7}$	$2 \cdot 10^{-5}$	$2 \cdot 10^{-5}$	$5 \cdot 10^{-5}$



**Rys. 8.** Wyniki zastosowania standardowej postaci danych w metodzie DEMATEL (TrFN, CFCS)

#### 4. Podsumowanie

Postęp w modelowaniu niedoskonałości dostępnej informacji doprowadził w ciągu ostatnich ponad pięciu dekad do opracowania licznych narzędzi ułatwiających, a często nawet w ogóle umożliwiających takie modelowanie. Narzędzia takie są również używane do doskonalenia tradycyjnych metod analizy decyzji – także takich, które zosta-

ły już oryginalnie opracowane z myślą o uwzględnianiu niedoskonałości w dostępnej informacji i w których zastosowano w tym celu porządkowe, nierozmyte skale ocen. Ponieważ fakt stosowania takich modyfikacji sugeruje brak przydatności tradycyjnych skal porządkowych, a w publikacjach poświęconych zastosowaniu takich modyfikacji na ogół brakuje ich racjonalnego uzasadnienia, to niniejszą pracę poświęcono próbie sprawdzenia, czy takie modyfikacje zawsze przynoszą wymierne korzyści.

Zaprezentowane w pracy wyniki analiz porównawczych związanych ze stosowaniem oryginalnych i zmodyfikowanych – za pomocą liczb rozmytych – skal porządkowych dwóch popularnych metod analizy decyzji potwierdzają, że taka zmiana sposobu wyrażenia poziomów porządkowej skali ocen nie tylko skutkuje istotnie bardziej złożonymi obliczeniami, ale również dodatkową wrażliwością np. na zastosowany sposób wyostrzania rozmytych rezultatów obliczeń, które jest niezbędne do ich zinterpretowania.

Do modyfikacji tradycyjnego wyrażania poziomów skal porządkowych, zwłaszcza przy użyciu liczb rozmytych, należy więc podchodzić z dużą ostrożnością. Tym bardziej że samo zastosowanie nietradycyjnego – nieostrego – ujęcia stopni skali porządkowej bywa komunikowane w publikacjach naukowych jako oryginalny wkład – a nawet wręcz odkrycie – ich autorów. Etyka badacza i zwyczajna uczciwość sugeruje, by w takich sytuacjach autorzy zawsze udowadniali zasadność wprowadzanych modyfikacji, np. dzięki rzetelnemu porównaniu wyników własnych analiz z wynikami zastosowania tradycyjnych sposobów wyrażania stopni skali porządkowej.

Odpowiadając na zasadnicze pytanie sformułowane we wprowadzeniu, można więc stwierdzić, że tradycyjnie definiowane porządkowe skale ocen – takie, jak w metodzie DEMATEL i AHP/ANP – wcale nie są obecnie skazane na zapomnienie. Zapewne również dlatego, że ułatwiają kultywację popularnej w świecie nauki i techniki idei „małe jest piękne” (Chen i in., 2015), wynikającej z fascynacji zadziwiająco skuteczną prostotą w otaczającej nas naturze. Zachęca ona bowiem do opracowywania bardzo prostych i adekwatnych sposobów modelowania rzeczywistości, sprzyjających niezawodności.

## Literatura

- Alam S.S., Shrabonti G., 2002: *Ranking by AHP: A rough approach*, [w:] *Proceedings of the Fifth International Conference on Information Fusion. FUSION 2002*, vol. 1, s. 185–190, IEEEExplore, <https://doi.org/10.1109/ICIF.2002.1021149>.
- Bokaei Hosseini M., Tarokh M.J., 2011: *Interval type-2 fuzzy set extension of DEMATEL method*, [w:] *1<sup>st</sup> International Conference on Computational Intelligence and Information technology, CIIT 2011, POune, India, Nov 7–8*, s. 157–165.
- Buckley J.J., 1984: *The multiple-judge, multiple criteria ranking problem: A fuzzy set approach*, *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 13, iss. 1, s. 25–37.
- Chen W., Li X., Zeng D.D., 2015: *Simple is beautiful: Toward light prediction markets*, *IEEE Intelligent Systems*, vol. 30, iss. 3, s. 76–80.
- Choo E.U., Wedley W.C., 2004: *A common framework for deriving preference values from pairwise comparison matrices*, *Computers & Operations Research*, vol. 31, iss. 6, s. 893–908.

- Dempster A.P., 1968: *A generalization of Bayesian inference*, Journal of Royal Statistical Society, Series B, vol. 30, s. 205–232.
- Dytczak M., 2010: *Wybrane metody rozwiązywania wielokryterialnych problemów decyzyjnych w budownictwie*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Opolskiej, Opole.
- Dytczak M., Ginda G., 2013: *Is explicit processing of fuzzy direct influence evaluations in DEMATEL indispensable?*, Expert Systems with Applications, vol. 40, iss. 12, s. 5027–5032.
- Fontela E., 1974: *DEMATEL 1973 Report: analytical methods*, Batelle–Geneva.
- Fontela E., Gabus A., 1973: *World problems: an invitation to further thought (Technical report)*, Batelle–Geneva.
- Fontela E., Gabus A., 1976: *DEMATEL Observer. DEMATEL 1976 Report*, Batelle Memorial Institute, Geneva.
- Forlicz S., 2001: *Niedoskonała wiedza podmiotów rynkowych*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
- Ginda G., 2020: *Good news for DEMATEL users: the original potential of the method is still awaiting full exploitation*, [w:] Stankevičienė J. i in. (ed.), *11<sup>th</sup> International Scientific Conference “Business and Management 2020”*, May 7–8, 2020, Vilnius, Lithuania, s. 316–325.
- Hiete M., Merz M., Comes T., Schultmann F., 2012: *Trapezoidal fuzz DEMATEL method to analyze and correct for relations between variables in a composite indicator for disaster resilience*, OR Spectrum, vol. 34, iss. 4, s. 971–995.
- Kawata T., 1981: *An attempt of multivariate data analysis and Dematel to develop the academic intelligent system. The report of dental education as it ought to be*, Shikai Tenbo = Dental Outlook, vol. 57, iss. 6, s. 1327–1333.
- Kwiesielewicz M., 2002: *Analityczny hierarchiczny proces decyzyjny. Nierozmyte i rozmyte porównania parami*, Instytut Badań Systemowych PAN, Warszawa.
- Laarhoven P.J.M., van, Pedrycz W., 1983: *A fuzzy extension of Saaty’s priority theory*, Fuzzy Sets and Systems, vol. 11, iss. 1–3, s. 229–241.
- Lin C.T., Hwang S.N., Chan C.H., 2004: *Grey number for AHP model: An application of grey relational analysis*, [w:] *Conference Proceeding. IEEE International Conference on Networking, Sensing, and Control*, Taipei, Taiwan, march 21–23, vol. 1, s. 226–230.
- Liu S., Lin Y., 2011: *Grey Systems: Theory and Applications*, Springer-Verlag Berlin–Heidelberg
- Liu Y., Eckert C.M., Earl C., 2020: *A review of fuzzy AHP methods for decision making with subjective judgments*, Expert Systems with Applications, vol. 161, 113738.
- Miller G.A., 1956: *The magical number seven, plus or minus two: Some limits on our capacity for processing information*, Psychological Review, vol. 63, iss. 2, s. 81–97.
- Opricovic S., Tzeng G.H., 2003: *Defuzzification within a multicriteria decision model*, International Journal of Uncertainty Fuzziness and Knowledge-Based Systems, vol. 11, iss. 5, s. 635–652.
- Pawlak Z., 1982: *Rough Sets*, International Journal of Parallel Programming, vol. 11, iss. 5, s. 341–356.
- Saaty T.L., 1980: *The Analytic Hierarchy Process: Planning, Priority Setting, Resource Allocation*, McGraw-Hill, New York.

- Saaty T.L., 1996: *Decision Making with Dependence and Feedback. The Analytic Network Process. The Organization and Prioritization of Complexity*, RWS, Pittsburgh.
- Saaty T.L., 2003: *Decision-making with the AHP: Why is the principal eigenvector necessary*, European Journal of Operational Research, vol. 145, iss. 1, s. 85–91.
- Saaty T.L., 2006: *There is no mathematical validity for using fuzzy number crunching in the analytic hierarchy process*, Journal of Systems Science and Systems Engineering, vol. 15, iss. 4, s. 457–464.
- Saaty T.L., Tran L.T., 2007: *On the invalidity of fuzzifying numerical judgments in the Analytic Hierarchy Process*, Mathematical and Computer Modelling: An International Journal, vol. 46, iss. 7–8, s. 962–975.
- Shafer G., 1976: *A Mathematical Theory of Evidence*, Princeton University Press, Princeton.
- Tamura H., Okanishi H., Akazawa K., 2006: *Decision support for extracting and dissolving consumers' uneasiness over foods using stochastic DEMATEL*, Journal of Telecommunications and Information Technology, nr 4, s. 91–95.
- Tseng M.L., 2009: *A casual and effect decision making model of service quality expectation using grey-fuzzy DEMATEL approach*, Expert Systems with Applications, vol. 36, iss. 4, s. 7738–7748.
- Walesiak M., 2014: *Wzmacnianie skali pomiaru dla danych porządkowych w statystycznej analizie wielowymiarowej*, [w:] Jajuga K., Walesiak M. (red. nauk.), *Klasyfikacja i analiza danych – teoria i zastosowania*, Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego, Wrocław, s. 60–68, „Prace naukowe UE we Wrocławiu” nr 327, „Taksonomia” nr 22.
- Wind Y., Saaty T.L., 1980: *Marketing Applications of the Analytic Hierarchy Process*, Management Science, vol. 26, iss. 7, s. 641–658.
- Wu W.W., Lee Y.T., 2007: *Developing global managers' competencies using the fuzzy DEMATEL method*, Expert Systems with Applications, vol. 32, iss. 2, s. 499–507.
- Zadeh L.A., 1965: *Fuzzy Sets*, Information and Control, vol. 8, iss. 3, s. 338–353.

## SUITABILITY OF ORDINARY CRISP SCALE FOR CONTEMPORARY DECISION ANALYSIS

**Summary:** Decision-making support in modern enterprises requires taking into account the imperfect nature of the information available. One of the traditional tools for modelling the impact of such information are ordinal scales for assessing the attributes of objects, e.g. available decision alternatives and their qualitative attributes. However, the degrees of such scales are often additionally expressed using advanced tools for modelling imperfect information, e.g. fuzzy numbers, the use of which results in an excessive computational effort. Thus, the simultaneous use of both ways of capturing the imperfect character of information raises doubts. Therefore, the study attempts to assess whether this method of modifying ordinal scales brings real benefits compared to the results obtained thanks to expressing the degrees of the scale in a simpler, non-blurred manner. The theoretical considerations are illustrated in the paper on the basis of the application of two popular decision analysis tools.

**Keywords:** decision, analysis, assessment, ordinal scale, fuzzy scale, suitability





# PLANOWANIE PRZYCHODÓW ZE SPRZEDAŻY W RAMACH ANALIZY REGRESJI WIELORAKIEJ NA PRZYKŁADZIE GRUPY KAPITAŁOWEJ PKP CARGO SA

**Gracjan Chrobak**

Wyższa Szkoła Bankowa w Poznaniu, Wydział Zamiejscowy w Chorzowie, Katedra Finansów i Rachunkowości

**Streszczenie:** Przychody ze sprzedaży oznaczają dla jednostki potencjalne korzyści ekonomiczne w następstwie sprzedaży przezeń określonych dóbr i usług. W kontekście zarządzania rentownością nabiera znaczenia wiedza na temat szacunków tych obrotów *in spe*. Można ją zdobyć, analizując kolejne współczynniki liniowego modelu regresji wielorakiej. Właściwy dobór parametrów pozwala określić, na ile fluktuacje wolumenu sprzedaży przełożą się na wahania obrotów, w tym czy i w jakim zakresie poszczególne rodzaje aktywności operacyjnej są opłacalne. Celem publikacji jest przedstawienie kolejnych kroków w projekcji przychodów ze sprzedaży produktów, towarów i materiałów na podstawie modelu regresji z  $k$  zmiennymi objaśniającymi. W opracowaniu przyjęto następujące tezy badawcze: 1. Wydaje się, że selekcję parametrów do analizy regresji determinuje krytyczna wartość współczynnika korelacji liniowej  $r^*$  na zadanym poziomie istotności  $\alpha$  w obszarze inicjalnym, co zasadniczo potwierdza relacja wartości  $p <$  poziomu istotności  $\alpha$ . 2. Wybrane w analizie regresji liniowej współczynniki mogą stanowić wyjściową konstrukcję prognozy, o ile spełniają postulat normalności testu Shapiro–Wilka, przy niskich błędach oszacowania. 3. Trafność predykcji w obszarze kontrolnym zdają się potwierdzać wielkości średniego bezwzględnego błędu procentowego *MAPE* i średniego błędu kwadratowego, pod warunkiem, że pierwiastek tego drugiego przybiera niższe kwoty od notowań standardowego odchylenia reszt  $S_e$  w całym badanym zbiorze. W przeciwnym razie mogą być konieczne dalsze działania dopasowujące.

**Słowa kluczowe:** przychody ze sprzedaży, prognozowanie, regresja wieloraka, szeregi czasowe, rentowność, Grupa Kapitałowa PKP Cargo SA

## 1. Wprowadzenie

Ustawa o rachunkowości upatruje w przychodach (i zyskach) korzyści ekonomicznych, z dużym prawdopodobieństwem ich wystąpienia w okresie sprawozdawczym, o wiarygodnie określonej wartości, w formie zwiększenia wartości aktywów bądź

zmniejszenia wartości zobowiązań, prowadzących do zwiększenia kapitału własnego bądź zmniejszenia jego niedoboru w inny sposób niż wniesienie środków przez udziałowców lub właścicieli (por. art. 3 ust. 1 pkt 30, Ustawa z dnia 29 września 1994 r. o rachunkowości). W ramach podejmowanej aktywności zarobkowej przedsiębiorstwa szczególnego znaczenia nabierają z kolei wszelkie pożytki towarzyszące sprzedaży produktów, towarów, materiałów i usług, wyróżnione na tle kategorii pozostałych przychodów operacyjnych (por. art. 42 ust. 2 i art. 3 ust 1 pkt 32, Ustawa z dnia 29 września 1994 r. o rachunkowości).

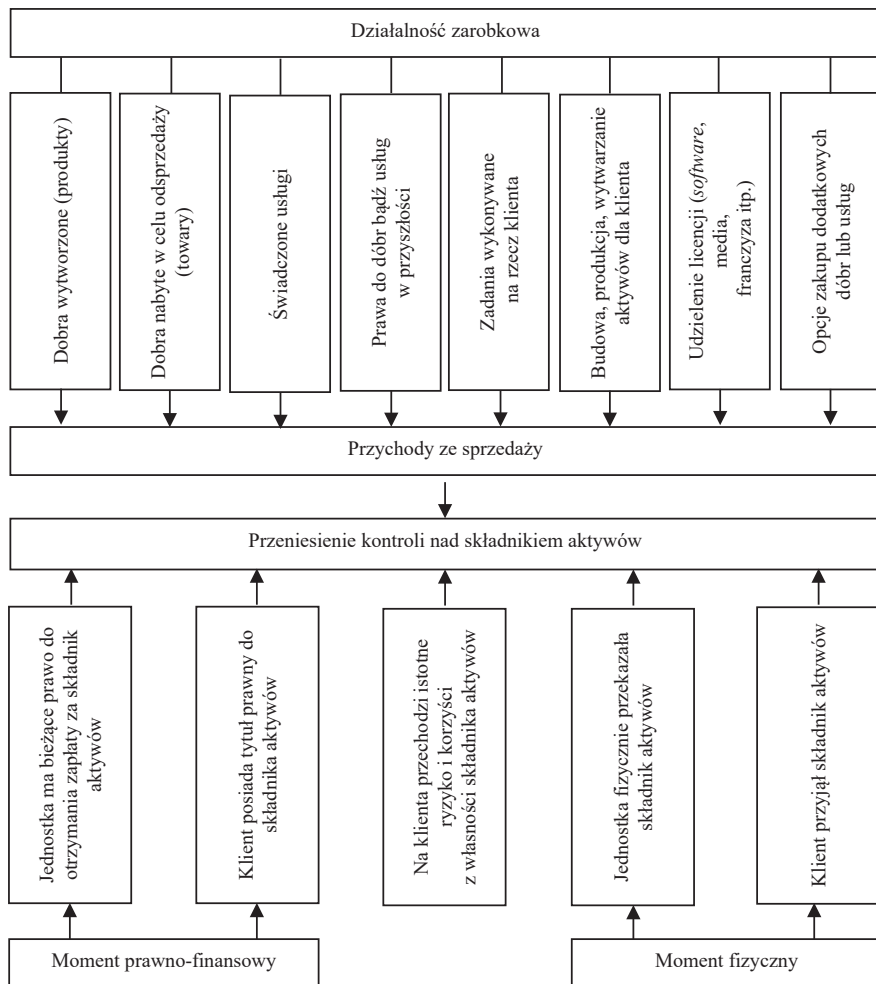
## **2. Przychody ze sprzedaży dóbr i usług uzyskiwane przez podmiot w ramach działalności zarobkowej**

Zorganizowana działalność zarobkowa przedsiębiorstwa, wykonywana we własnym imieniu i w sposób ciągły, sprowadza się do przekazania składników aktywów klientowi, za które oczekuje ono zapłaty (por. art. 3, Ustawa z dnia 6 marca 2018 r. Prawo przedsiębiorców). Otwarty katalog oddzielnych zespołów dóbr lub usług uprawniających podmiot do jej dochodzenia przedstawiono na rysunku 1. Łatwo z niego odczytać, że poza zbytem rozmaitych produktów, towarów i usług przedmiotem obrotów mogą być prawa do dóbr lub usług (dostarczonych bądź wykonanych w przyszłości z perspektywą ich odsprzedaży lub przekazania przez nabywcę osobom trzecim), pewne czynności realizowane dla kupującego na mocy umowy, budowa aktywów w imieniu klienta, a także różne formy udzielanej licencji<sup>1</sup> czy przyznanie opcji zakupu dodatkowych dóbr bądź usług (por. MSSF 15, Rozporządzenie Komisji (UE) nr 2017/1987, L. 291/63). Jednostka ujmuje obroty w momencie wypełnienia lub w trakcie sukcesywnego spełniania powinności ich przekazania, dokonując oceny transferu kontroli składnika aktywów na rzecz ich nabywcy (por. MSSF 15 §§ 46, 38 lit. a-d), Rozporządzenie Komisji (UE) nr 2016/1905, L. 295/29 i L. 295/27-28).

Jak wynika z rysunku 1, mamy pięć przesłanek uzasadniających opinię, że do takiego przejęcia kontroli doszło. Dotyczą one okoliczności rozliczenia dostawy<sup>2</sup>, z czym wiąże się transfer zasadniczego ryzyka i korzyści na skutek posiadania zasobów przez kupującego (por. MSSF 15 § 26, B52, B37 lit. a-c) Rozporządzenie Komisji (UE) nr 2017/1987, L. 291/65, L. 291/67-68; MSSF 15 § 38 lit. a-e), Rozporządzenie Komisji (UE) nr 2016/1905, L. 295/27-28).

<sup>1</sup> W postaci m.in. oprogramowania komputerowego i technologii wytwarzania, dostępu do mediów i rozrywki, franczyzy, a także patentów, znaków towarowych i praw autorskich, por. MSSF 15 B52 (Rozporządzenie Komisji (UE) 2017/1987 z dnia 31 października 2017 r. zmieniające rozporządzenie (WE) nr 1126/2008 przyjmujące określone międzynarodowe standardy rachunkowości zgodnie z rozporządzeniem (WE) nr 1606/2002 Parlamentu Europejskiego i Rady w odniesieniu do Międzynarodowego Standardu Sprawozdawczości Finansowej 15, Dz. Urz. UE z 9 listopada 2017 r., L. 291/68).

<sup>2</sup> W literaturze rachunkowości i finansów mowa o prawno-finansowym i fizycznym aspekcie dostawy (Messner, 2006).



**Rys 1.** Potencjalny wachlarz przychodów ze sprzedaży dóbr i usług z działalności zarobkowej podmiotu wynikający z przeniesienia kontroli na rzecz kupującego

Jeśli zachodzą wspomniane wyżej przesłanki, podmiot-sprzedawca prezentuje w rachunku wyników przychody ze sprzedaży równe cenie transakcyjnej. Stanowi ona kwotę wynagrodzenia, które – zgodnie z oczekiwaniem jednostki – będzie jej przysługiwać w zamian za przekazanie przyrzeczonych dóbr lub usług na rzecz klienta, za wyjątkiem kwot pobranych w imieniu osób trzecich (przykładowo niektórych podatków od sprzedaży). Wynagrodzenie doprecyzowane w umowie z klientem może obejmować kwoty stałe, zmienne lub oba ich rodzaje. Dążąc do ustalenia ceny transakcyjnej, podmiot uwzględnia warunki umowy oraz stosowane przez nią zwyczajowe praktyki handlowe (por. MSSF 15 §§ 46–47, Rozporządzenie Komisji (UE) nr 2016/1905, L. 295/29).

### 3. Prognozowanie przychodów ze sprzedaży z wykorzystaniem modelu regresji z $k$ zmiennymi objaśniającymi

Inicjując szacunki obrotów z użyciem wielorównaniowych modeli liniowych, należy określić postać wyjściową funkcji regresji wielorakiej  $Y$  od  $X$ . Opisywana jest ona następująco (Nowak, 1998; Aczel, 2000; Gawinecki i in., 2008):

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_k X_k + \varepsilon,$$

gdzie:

- $Y$  – zmienna objaśniana,
- $X_k$  –  $k$ -ta zmienna objaśniająca,
- $\beta_k$  –  $k$ -ty element strukturalny,
- $\varepsilon$  – składnik losowy.

Dysponując  $n$ -elementowymi obserwacjami składowych  $y_t, x_{t1}, x_{t2}, \dots, x_{tk}$  dla  $t = 1, 2, \dots, n$ , otrzymujemy układ  $n$  równań w zapisie macierzowym (Aczel, 2000; Gawinecki i in., 2008):

$$y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1k} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2k} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_{n1} & x_{n2} & \dots & x_{nk} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix},$$

Wyprowadzając każdorazowo wektory dla zmiennej objaśnianej  $y$ , zmiennych objaśniających  $X$ , parametrów strukturalnych  $\beta$  i składników losowych  $\varepsilon$ , równanie macierzowe można zapisać krótko jako  $y = X\beta + \varepsilon$ . W przytoczonej formule nieznanym wektor  $\beta$  parametrów strukturalnych szacuje się metodą najmniejszych kwadratów. Tym samym można uzyskać wartość jego nieobciążonego estymatora  $b$ , mnożąc z lewej strony zależność  $Xb = y$  przez  $X'$ , co daje wielkość  $b = (X'X)^{-1} \cdot (X'y)$  (Nowak, 1998; Cieślak, 2005; Gawinecki i in., 2008).

Obliczając pojedyncze estymatory, zauważymy kwestię błędów oceny składnika losowego  $e$  i parametrów  $b$ . Błąd standardowy składnika losowego  $S(e)$  pokazuje, na ile wartości teoretyczne przeciętnie różnią się od wartości empirycznych, wychodząc od estymacji wariancji tegoż komponentu (Nowak, 1998; Cieślak, 2005; Gawinecki i in. 2008):

$$S(e) = \sqrt{\frac{1}{n-(k+1)} e'e} = \sqrt{\frac{1}{n-(k+1)} (y'y - b'X'y)} \quad (1)$$

Mnożąc go przez pierwiastek macierzy ocen wariancji i kowariancji estymatorów parametrów strukturalnych  $b$ , otrzymamy kwoty błędów każdego z parametrów regresji ze wzoru (Gawinecki i in., 2008):

$$S(b_i) = \sqrt{S^2(e)(X'X)^{-1}} \quad (2)$$

Chcąc uzyskać pełniejszą wiedzę co do precyzji oszacowań parametrów  $\beta_p$ , buduje się wokół nich przedziały ufności na poziomie ufności  $1 - \alpha$ , odczytując z tablic t-Studenta wartość krytyczną kwantyla  $t_\alpha$  dla prawdopodobieństwa  $\alpha$  i  $n - (k + 1)$  stopni swobody taką, że (Gawinecki i in., 2008):

$$b_i - t_\alpha S(b_i) \leq \beta_i \leq b_i + t_\alpha S(b_i) \quad (3)$$

Otrzymane w równaniu regresji wielorakiej wartości wydają się dobrze rokować dla budowy prognozy na kolejne okresy, w której  $k$ -te realizacje zmiennych objaśniających przybierają formę wektora  $x_\tau = [1 \ x_{\tau 1} \ \dots \ x_{\tau k}]'$  (Nowak, 1998; Gawinecki i in., 2008). Za weryfikację jakości dopasowania danych szeregu odpowiadają wielkości błędów *ex post* i *ex ante*. Przykładami błędów *ex post* użytymi w opracowaniu są średni bezwzględny błąd procentowy *MAPE* (*mean absolute percentage error*), średni błąd kwadratowy *MSE* (*mean square error*) i średnia błędów absolutnych *ME* (*mean error*). Wszystkie bazują na różnicach składników resztowych  $e_t$  w obszarze kontroli – dla obserwacji poczynionych w okresie  $t \in n+1, T$ .

I tak średni bezwzględny błąd procentowy opisuje formuła (Nowak, 1998; Szapiro, 2000; Cieślak, 2005; Guzik, 2008):

$$MAPE = \frac{1}{T-n} \sum_{t=n+1}^T \left| \frac{y_t - \hat{y}_t}{\hat{y}_t} \right| \times 100\% \quad (4)$$

Przeciętny błąd kwadratowy wyraża relacja (Nowak, 1998; Szapiro, 2000; Cieślak, 2005; Guzik, 2008):

$$MSE = \frac{1}{T-n} \sum_{t=n+1}^T (y_t - \hat{y}_t)^2 \quad (5)$$

Średnią błędów absolutnych obliczymy natomiast z formuły (Nowak, 1998; Szapiro, 2000; Cieślak, 2005; Guzik, 2008):

$$ME = \frac{1}{T-n} \sum_{t=n+1}^T (y_t - \hat{y}_t) \quad (6)$$

Z kolei tematykę dopasowania modelu w „przyszłości” porusza średni standardowy błąd prognozy *ex ante* (Nowak, 1998; Gawinecki i in., 2008; Guzik, 2008):

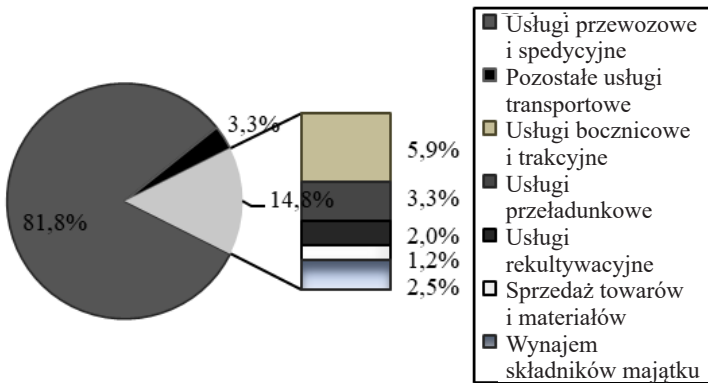
$$S_\tau = S(e) \sqrt{1 + x'_\tau (X'X)^{-1} x_\tau} \quad (7)$$

pozwalając na konstrukcję przedziału estymacji równego<sup>3</sup>:

$$\langle y_{\tau}^* - t_{\alpha} S_{\tau}; y_{\tau}^* + t_{\alpha} S_{\tau} \rangle \quad (8)$$

#### 4. Studium przypadku projekcji przychodów ze sprzedaży produktów, towarów i materiałów w przedsiębiorstwie usługowym

Obiektem prognozy są przychody zwykłej działalności operacyjnej grupy kapitałowej (GK) PKP Cargo SA, która zajmuje się świadczeniem usług przewozu kolejowego. Strukturę asortymentową obrotów z tego tytułu w 2019 roku przedstawia rysunek 2, z którego wynika, że w omawianym okresie aż 85,1% przychodów ze sprzedaży pochodziło z usług przewozowych, spedycyjnych i transportowych (2018 rok – ok. 87,4%), w tym pozostałe transportowe stanowiły 3,3% (2018 rok – 3,6%). Resztę obrotów – w wysokości 14,8% (2018 rok – 12,6%) – generują usługi pośrednio związane z działalnością podstawową jednostki (m.in. bocznicowe i trakcyjne, przeładunkowe oraz wynajmu składników aktywów).



Rys. 2. Rozkład obrotów w GK PKP Cargo SA w 2019 roku

Źródło: opracowanie własne na podstawie GK PKP Cargo SA

Obroty te ( $P_s$ ) powstają w związku z realizacją oferty logistycznej przedsiębiorstwa (mierzonej wolumenem pracy przewozowej w milionach tonokilometrów) w zakresie paliw stałych (*stale*), głównie węgla kamiennego, kruszywa i materiałów budowlanych (*krusz.*), metali i rud (*met.*), chemikaliów (*chem.*), paliw płynnych (*płyn.*), drewna i produktów rolnych (*drew.*), przewozów intermodalnych (*inter.*) i pozostałych (*poz.*).

<sup>3</sup> W przypadku małej próby ( $n \leq 30$ ) stosujemy rozkład t-Studenta o  $n - (k + 1)$  stopniach swobody (Nowak, 1998).

**Tabela 1**  
Dystrybucja współczynników korelacji liniowej Pearsona

	Ps	Stale	Krusz.	Met.	Chem.	Plyn.	Drew.	Inter.	Poz.
Ps	1,0000								
Stale	-0,0322	1,0000							
Krusz.	0,6236	-0,2866	1,0000						
Met.	0,3583	0,1368	0,2521	1,0000					
Chem.	0,2063	-0,4881	0,2468	-0,1650	1,0000				
Plyn.	0,5626	-0,3415	0,3151	0,0549	0,7558	1,0000			
Drew.	0,0160	0,2871	-0,0405	0,4977	-0,2025	-0,1299	1,0000		
Inter.	0,6906	-0,5472	0,3715	-0,0397	0,6790	0,7636	-0,2837	1,0000	
Poz.	0,3123	0,1694	0,2066	0,3970	0,1251	0,3280	0,2893	0,0183	1,0000

Planowanie przychodów ze sprzedaży podzielono na kilka etapów. Na pierwszym etapie ustalono związki zachodzące pomiędzy przychodami ze sprzedaży produktów, towarów i materiałów (zmienna  $Y$ ) a wykonaną pracą przewozową w podziale na sekcje towarowe (zmienna  $X_k$ ) w latach 2013–2018, obliczając pojedyncze kwoty mierników korelacji Pearsona. Zawarto je w tabeli 1.

Na drugim etapie na poziomie istotności  $\alpha = 0,05$  i dla  $n - 2 = 22$  stopni swobody obliczono krytyczną wartość współczynnika korelacji liniowej  $r^* = \sqrt{t_\alpha^2 / [t_\alpha^2 + (n - 2)]}$  rzędu 0,4044<sup>4</sup>. Do dalszych badań przyjęto te z nich, w których relacja między  $Y$  a  $X_k$  uplasowała się powyżej wartości progowej, czyli w tabeli 1 dla przewozów intermodalnych  $r_{inter.} = 0,6906$ ,  $r_{krusz.} = 0,6236$  i paliw płynnych  $r_{plyn.} = 0,5626$ .

**Tabela 2**

Analiza regresji przychodów ze sprzedaży z uwzględnieniem wszystkich potencjalnych zmiennych egzogenicznych

Lp.	Składowe	Współczynniki	Błąd standardowy	t-Stat	Wartość-p	Dolne 95%	Górne 95%	Istotność
0	1	2	3	4	5	6	7	8
1	Prze- cięcie	363 338,98	129 848,11	2,80	0,01	86 574,28	640 103,68	TAK
2	Stale	149,47	24,11	6,20	0,00	98,07	200,87	TAK
3	Krusz.	112,71	16,20	6,96	0,00	78,19	147,24	TAK

<sup>4</sup> Na temat roli współczynników korelacji w wyborze zmiennych objaśniających zob. Gawinecki i in. (2008).

Tabela 2. cd.

Lp.	Składowe	Współczynniki	Błąd standardowy	t-Stat	Wartość-p	Dolne 95%	Górne 95%	Istotność
0	1	2	3	4	5	6	7	8
4	Met.	98,99	66,20	1,50	0,16	-42,12	240,09	NIE
5	Chem.	-879,01	167,20	-5,26	0,00	-1235,39	-522,62	TAK
6	Płyn.	230,69	187,44	1,23	0,24	-168,83	630,20	NIE
7	Drew.	85,06	123,57	0,69	0,50	-178,31	348,44	NIE
8	Inter.	513,94	48,99	10,49	0,00	409,53	618,36	TAK
9	Poz.	467,58	273,31	1,71	0,11	-114,97	1 050,13	NIE

Na etapie trzecim zweryfikowano, czy kolejne pary zmiennych  $X_{ij}$  nie przekraczają górnego pułapu korelacji na poziomie  $|0,4044|$ . W ten sposób wybrano wstępnie zmienne *krusz.* i *inter.* Uzyskane rezultaty skonfrontowano ze wskazaniem analizy regresji wielorakiej w ramach etapu czwartego, wykorzystując narzędzie Excela *Regresja*, dostępne w zakładce *Analiza danych*, co pokazano w tabeli 2. Śledząc zapisy kolumny 8 tabeli 2, należy zauważyć, że na poziomie istotności  $\alpha = 0,05$  wszystkie wskazania z kolumny 5 (*wartość-p*) poniżej kwoty  $0,05^5$  (czyli  $p < \alpha$ ) sugerują znaczące oddziaływanie zmiennej  $X_k$  na wysokość  $Y$ . Jak widać, dotyczy to paliw stałych, kruszywa i przewozów intermodalnych, a także warunkowo produktów chemicznych<sup>6</sup> przy współczynniku determinacji równym  $0,9631$ , a po korekcie o stopnie swobody –  $0,9435$ .

Po usunięciu (na etapie piątym) z modelu regresji niespełniających nierówności  $p < \alpha$  parametrów przedstawionych w tabeli 2 wydaje się, że pozostałe jego współczynniki (kolumna 8) w postaci paliw stałych, kruszywa i intermodalnych mają decydujący wkład w ostateczny kształt przebiegu krzywej, na poziomie istotności  $\alpha = 0,05$ . Po uzupełnieniu danych o wysokość błędów standardowych  $S(b_i)$  (patrz wzór (2)) (kolumna 3) można z kolei określić przedział tolerancji parametrów regresji (patrz wzór 3) w kolumnach *Dolne 95%* i *Górne 95%* (kolumny 6 i 7), zakładając średni poziom zjawiska. I tak największy – poza wyrazem wolnym – bezwzględny błąd standardowy, równy  $\pm 57,39$  tys. zł/szt., dotyczy współczynnika *inter.* wynoszącego  $425,10$  tys. zł. Stosowne obliczenia zawiera tabela 3. Należy zaznaczyć, że redukcja parametrów modelu z ośmiu do trzech przełożyła się na spadek wskaźnika determinacji do wysokości  $0,8430$ , a jego wersji „dopasowanej” o  $n - k - 1$  stopni swobody do kwoty  $0,8194$ .

Poprawność merytoryczną uzyskanych w tabeli 3 wyników implikuje spełnienie postulatu normalności rozkładu. Aby to stwierdzić, użyto testu normalności Shapi-

<sup>5</sup> Oznaczającą prawdopodobieństwo  $p$ , z jakim na podstawie próby elementy populacji nie spełniają hipotezy  $H_0$  o braku powiązań pomiędzy zmiennymi.

<sup>6</sup> Użyte sformułowanie „warunkowo” oznacza sytuację, w której dana składowa zostałaby uwzględniona w równaniu regresji, gdyby nie ujemna wartość współczynnika *chem.* (wiersz 5, kolumna 2).



ro–Wilka w ramach etapu szóstego. Ponieważ wartość teoretyczna  $W_n$  równała się 0,9792, przekraczając próg krytyczny w wysokości 0,9160 odczytany z tablic *SW* dla  $n = 24$  obserwacji i  $\alpha = 0,05$ , wymóg ten został dotrzymany<sup>7</sup>.

**Tabela 3**

Analiza regresji obrotów z wykorzystaniem istotnych składowych egzogenicznych

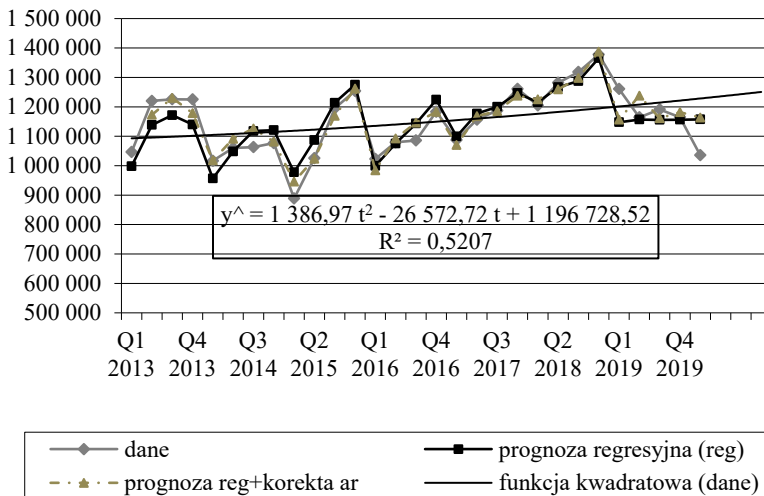
Lp.	Składowe	Współczynniki	Błąd standardowy	t-Stat	Wartość-p	Dolne 95%	Górne 95%	Istotność
0	1	2	3	4	5	6	7	8
1	Prze- cięcie	46 940,91	150 622,60	0,31	0,76	-267 252,33	361 134,14	NIE
2	Stałe	205,30	39,71	5,17	0,00	122,46	288,14	TAK
3	Krusz.	135,37	27,13	4,99	0,00	78,78	191,96	TAK
4	Inter.	425,10	57,39	7,41	0,00	305,39	544,80	TAK

Na siódmym etapie analizy sprawdzono, na ile z predykcją radzi sobie zbudowany na  $n = 24$  obserwacjach model regresji, wychodząc poza obszar krzywej, wewnątrz tzw. przedziału kontrolnego. Teoretyczne kwoty poszczególnych realizacji  $y_i^{\wedge}$  otrzymano, wpasowując w opracowaną formułę przeciętne ilości zrealizowanej pracy przewozowej narastająco dla paliw stałych, kruszywa i przewozów intermodalnych na moment poprzedzający następną predykcję obrotów. Umożliwiło to zbadanie poziomu średniego bezwzględnego błędu procentowego *MAPE* (patrz wzór (4)) i średniego błędu kwadratowego *MSE* (patrz wzór (5)), przy czym postuluje się, aby ten pierwszy wykazywał wartości rzędu poniżej 0,10, a pierwiastek tego drugiego był mniejszy od standardowego odchylenia reszt  $S_e$  (patrz wzór (1)) (Cieślak, 2005; Guzik, 2008). Z uwagi na to, że *MAPE* w obszarze weryfikacji prognozy wynosi jedynie 0,03, a pierwiastek *MSE* w wysokości 59 570,18 tys. zł jest większy od *Se* równego 50 986,52 tys. zł, można uznać warunkowo prognozę na następne okresy za zadowalającą. Tym bardziej że powiększając spodziewane przychody ze sprzedaży o kwotę średniej błędów bezwzględnych *ME* (patrz wzór (6)) wynoszącą 41 191,80 tys. zł, w obszarze weryfikacji prognozy eliminuje się zjawisko negatywnej odległości *Se* od pierwiastka *MSE*.

Ósmym etapem dociekań stała się ocena rozkładu reszt  $e_t$  w teście autokorelacji reszt rzędu pierwszego Durбина–Watsona. Obliczona wielkość  $d_n$  z próby równała się 0,5198. Z tablic wartości krytycznych dla  $\alpha = 0,05$ ,  $k = 3$  zmiennych objaśniających oraz  $n = 24$  obserwacji odczytano wielkości  $d_L = 1,101$  i  $d_U = 1,656$ . Ze względu na spełnioną nierówność  $0 \leq d_n < d_L$  odrzucono hipotezę  $H_0$  o braku korelacji pomiędzy sąsiadującymi składnikami losowymi (Nowak, 1998; Aczel, 2000; Gawinecki i in., 2008).

<sup>7</sup> Na temat weryfikacji normalności modelu za pomocą testu Shapiro–Wilka zob. Sobczyk (1994) i Gawinecki i in. (2008).

Postępowaniem z wyboru w takim wypadku okazał się zabieg usunięcia przyczyn odpowiedzialnych za autokorelację reszt, w formie korekt przewidywanych kwot przychodów ze sprzedaży w ramach etapu dziewiątego<sup>8</sup>. W taki sposób zbudowano funkcję regresji dla reszt nieopóźnionych  $e_t$  i opóźnionych o jeden okres  $e_{t-1}$ . Współczynnik korelacji  $r$  wynoszący 0,7337 zdaje się potwierdzać silną dodatnią zależność obu szeregów składników losowych. Iloczyn istotnego statystycznie współczynnika  $b_1$  z powyższej funkcji regresji i składnika losowego z opóźnieniem  $t - 1$  dał w wyniku rozmiary  $i$ -tej korekty obrotów, a po dodaniu jej do prognozowanych  $i$ -tych przychodów wartość dopasowania ogółem w okresie  $t$  (Snarska, 2013). Reszty, skorygowane o kwoty teoretycznych obrotów i ich poprawek, poddano weryfikacji statystycznej. Uzyskane wielkości  $t_{stat}$  współczynników  $b_0$  i  $b_1$  wyizolowanych składników losowych funkcji regresji równały się kolejno  $-0,5966$  i  $0,1731$ , i były niższe od wartości krytycznej rozkładu t-Studenta dla  $\alpha = 0,05$  i  $24 - 3 - 1 = 20$  stopni swobody wynoszącej 2,086, co sugeruje nieznaczący udział tych elementów w wyjaśnianiu zmiennej zależnej, na poziomie korelacji Pearsona  $r$  równym 0,0387.



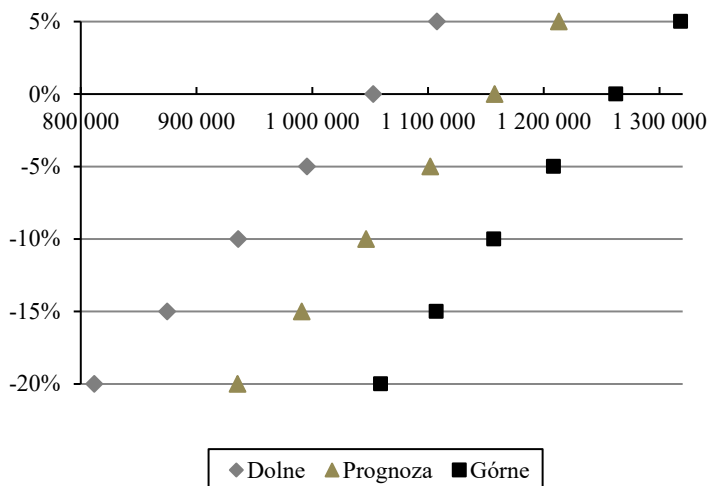
**Rys. 3.** Dopasowanie obrotów w GK PKP Cargo SA w modelu regresji wielorakiej [tys. zł]

Na etapie dziesiątym nakreślono krzywe przychodów ze sprzedaży (oś  $Y$ ), bazując na informacjach wywodzących się z kolejnych szeregów kwartalnych lat 2013(Q1)–2020 (oś  $X$ ). Rozważania co do jakości szacunków obrotów przekładają się na zbliżony przebieg wykresów ich wartości empirycznych i teoretycznych, zgodnie z rysunkiem 3<sup>9</sup>. Wydaje się, że powody takiego stanu rzeczy leżą po stronie niskich kwot błędów *ex post*. Warto zwrócić uwagę na predykcję składowych szeregu rzeczywistego, w postaci

<sup>8</sup> Alternatywą może okazać się zastosowanie uogólnionej metody najmniejszych kwadratów Aitkena czy różniczki zupełnej (Nowak, 1998; Cieślak, 2005).

<sup>9</sup> Należy pamiętać, że w podzbiórze kontrolnym zastosowano dla każdego kwartału  $Q_t$  identyczne średnie wartości zmiennych niezależnych  $X_1, X_2$  i  $X_3$ , co przekłada się na identyczny poziom  $y_t^$  w tym obszarze.

funkcji kwadratowej, uzyskaną w ramach aplikacji Excela *Dodaj linię trendu*. Widać, że współczynnik determinacji dla takiego oszacowania, równy 0,5207, odbiega *in minus* od jego wielkości 0,8430 obliczonej w modelu regresji dla  $k = 3$  komponentów modelu. W dalszym ciągu zauważalny jest brak znaczących odchyłeń pomiędzy czystymi wartościami teoretycznymi przychodów  $y_i^{\wedge}$  a wielkościami dopasowanymi z użyciem stosownych korekt składników losowych (prognoza regresyjna + korekta autoregresji (*ar*))<sup>10</sup>.



Rys. 4. Prognozowane przychody ze sprzedaży GK PKP Cargo SA w zależności od fluktuacji wolumenu pracy przewozowej [tys. zł]

Ostatecznie estymację przychodów ze sprzedaży na 2020 rok ( $Q_1$ ) – w zależności od wahań wolumenu obrotów (oś  $X$ ) – w przedziale  $\langle -20\%; +5\% \rangle$  (oś  $Y$ ) – przedstawiono na rysunku 4<sup>11</sup>. Spodziewane przychody ze sprzedaży mieszczą się w środkowej linii, w ramach korytarza, którego lewy kraniec wyznacza dolny, a prawy górny pułap błędu  $S_{\tau}$  (patrz wzór (7)) prognozy przedziałowej (patrz wzór (8)). Stąd dla przykładu spadek ilości sprzedanych usług o 5% powinien pociągnąć za sobą zmniejszenie średniej kwoty obrotów równej 1 157 543,45 tys. zł do wysokości 1 102 013,33 tys. zł – z tolerancją przedziałową wynoszącą  $\langle 995 438,91; 1 208 587,74 \rangle$  tys. zł. Dalsze uszczuplenie wolumenu – do  $-10\%$  w stosunku do wyjściowej wielkości zbytu palety usług – oznacza spodziewane zmniejszenie przychodów ze sprzedaży do pułapu 1 046 483,20 tys. zł – z marginesem błędu rzędu  $\langle 936 017,52; 1 156 948,87 \rangle$  tys. zł. Odpowiadające pojedynczym skokom poziomu działalności względne błędy oszacowania  $S_{\tau}$  oscylują w zakresie  $\langle 8,68\%; 13,23\% \rangle$  dla odpowiednio 5% wzrostu i 20% spadku aktywności. Ostrożne podejście do wyceny spodziewanych korzyści ze zbytu usług sugeruje „obranie” dolnych krańców błędów bądź średniej arytmetycznej prognozy i dolnego limitu błędu za właściwe szacunki obrotów.

<sup>10</sup> Względna wariancja obu szeregów równa się 0,03%.

<sup>11</sup> W związku z niewielkimi wahaniami korekt autokorelacyjnych obrotów jak wyżej nie poddano ich aktualizacji w symulacji ujętej na rysunku 4.

## 5. Wnioski

Do projekcji przychodów ze sprzedaży w omawianym podmiocie wykorzystano narzędzie regresji wielorakiej z  $k$  zmiennymi objaśniającymi. Kluczowość każdej z nich w budowie funkcji można zweryfikować, badając m.in. rozkład współczynników korelacji liniowej Pearsona, opierając się na krytycznej jego wartości na poziomie istotności  $\alpha$ . Jako uzupełnienie postuluje się rozważenie relacji prawdopodobieństwa  $p$  do  $\alpha$ , o ile oszacowana regresja przejdzie pomyślnie test normalności rozkładu, a błędy prognozy okażą się niskie. Takie stanowisko wydaje się uzasadnione relatywnie niewielką liczbą składowych szeregu. Przeciętne wielkości wyselekcjonowanych w zbiorze inicjalnym parametrów regresji zdają się tworzyć właściwe podłoże do budowy prognozy, z weryfikacją dobroci dopasowania danych empirycznych do teoretycznych w przedziale kontrolnym, obrazując skalę podobieństwa aktualnej i wygładzonej struktury produktowej. Staje się to możliwe za sprawą badania kwot błędów *ex post*  $MAPE$  i  $MSE$ . Wskazania pierwiastka tego ostatniego warto porównać z poziomem standardowego błędu oceny  $S_e$  dla  $n - k - 1$  stopni swobody w całym zbiorze. Jeśli pierwiastek  $MSE$  jest mniejszy od  $S_e$ , wówczas postuluje się, że wartości teoretyczne dobrze odzwierciedlają rzeczywistość. W odwrotnym przypadku dopuszczenie projekcji zakłada wystąpienie małych wielkości  $MAPE$  i  $MSE$ , z korektą szacunków obrotów o wartość błędu  $ME$  w przedziale weryfikacji dla jednokierunkowych wariancji składowych teoretycznych. Poza identyfikacją skali „błądzenia” *ex post* ważna jest znajomość samego rozkładu składników losowych  $e_t$ . W sytuacji pojawienia się zjawiska tzw. autokorelacji reszt zachodzi konieczność przeprowadzenia właściwych korekt wartości prognozowanych. Dzieje się tak dopóty, dopóki składniki losowe nie staną się elementami modelu statystycznie nieistotnymi, co powinny potwierdzić niskie wskazania współczynnika korelacji dla powiązanych ze sobą par szeregów reszt. W finalnym rozrachunku potencjał adaptowania się danych, wychodzących poza wzorzec regresji, wyznacza wielkość błędu *ex ante*  $S_t$ . Wokół niego buduje się górne i dolne pułapy tolerancji predykcji. Końce przedziałów estymacji mogą same w sobie tworzyć podwaliny projekcji, w przypadku wzrostu odległości pomiędzy nimi, w ramach obiektywnego osądu. „Ostrożnościowe” zapatrywanie się na wysokość spodziewanych przychodów ze sprzedaży, postrzeganych przez pryzmat kwot minimalnych limitów błędów bądź średniej arytmetycznej prognozy i jej dolnego pułapu, wydaje się obiecujące, tym bardziej że przybierającą na sile rozpiętość niedopasowania, w ślad za wahaniami struktury produktowej, trudno przewidzieć, opierając się jedynie na wielkościach przeciętnych z okresu poprzedzającego prognozę. W tych realiach funkcja regresji wielorakiej zdaje się pełnić rolę narzędzia symulacji przyszłych wydarzeń.

W przykładzie liczbowym przedstawiono prognozę obrotów badanego podmiotu na I kwartał 2020 roku, z uwzględnieniem zdefiniowanej struktury produktowej. Jej poznanie stało się możliwe dzięki studium korelacji i regresji. Tym samym wyodrębniono ze wszystkich aktywności przedsiębiorstwa te z nich, które generowały największe przychody ze sprzedaży w analizowanym okresie w postaci usług transportu

paliw stałych, kruszywa i przewozów intermodalnych. Projektując wysokość przeciętnych przychodów ze sprzedaży w przyszłości, menedżerowie działów finansowych mogą poznać, o ile – średnio rzecz biorąc – spadną i/lub wzrosną obroty, gdy wolumen *i*-tej – kluczowej dla jednostki – działalności zmieni się o określony punkt procentowy w ramach nakreślonego korytarza. Wiedza ta pozwala na podjęcie stosownych kroków, adresowanych do wybranych grup asortymentowych.

## Literatura

- Aczel A.D., 2000: *Statystyka w zarządzaniu. Pełny wykład*, przeł. Czerwiński Z., Latusek W., Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
- Cieślak M. (red. nauk.), 2005: *Prognozowanie gospodarcze. Metody i zastosowania*, wyd. 4, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
- Gawinecki J.A., Gawinecka A., Kowalski L., Łukasik M., Matuszewski W., Ploch J., 2008: *Ekonometria w zadaniach*, Wyższa Szkoła Handlu i Prawa im. Ryszarda Łazarskiego w Warszawie, Warszawa.
- GK PKP Cargo SA, *Skonsolidowane sprawozdanie finansowe za rok 2019*, <https://www.pkpcargo.com/pl/relacje-inwestorskie/> [14.09.2020].
- Guzik B., 2008: *Wstęp do teorii prognozowania i symulacji*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Poznaniu, Poznań.
- Messner Z. (red.), 2006: *Rachunkowość finansowa*, wyd. 2 popr., Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej im. Karola Adamieckiego, Katowice.
- Nowak E. (red.), 1998: *Prognozowanie gospodarcze. Metody, modele, zastosowania, przykłady*, Agencja Wydawnicza Placet, Warszawa.
- Rozporządzenie Komisji (UE) 2017/1987 z dnia 31 października 2017 r. zmieniające rozporządzenie (WE) nr 1126/2008 przyjmujące określone międzynarodowe standardy rachunkowości zgodnie z rozporządzeniem (WE) nr 1606/2002 Parlamentu Europejskiego i Rady w odniesieniu do Międzynarodowego Standardu Sprawozdawczości Finansowej 15, Dz.Urz. UE z 9 listopada 2017 r.
- Rozporządzenie Komisji (UE) 2016/1905 z dnia 22 września 2016 r. zmieniające rozporządzenie (WE) nr 1126/2008 przyjmujące określone międzynarodowe standardy rachunkowości zgodnie z rozporządzeniem (WE) nr 1606/2002 Parlamentu Europejskiego i Rady w odniesieniu do Międzynarodowego Standardu Sprawozdawczości Finansowej 15, Dz.Urz. UE z 29 października 2016 r.
- Snarska A., 2013: *Statystyka, ekonometria, prognozowanie. Ćwiczenia z Excelem 2007*, Wydawnictwo Placet, Warszawa.
- Sobczyk M., 1994: *Statystyka*, wyd. 2 popr., Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
- Szapiro T. (red.), 2000: *Decyzje menedżerskie z Excelem*, Polskie Wydawnictwo Ekonomiczne, Warszawa.
- Ustawa z dnia 29 września 1994 r. o rachunkowości, Dz.U. z 2019, poz. 351 z późn. zm.
- Ustawa z dnia 6 marca 2018 r. Prawo przedsiębiorców, Dz.U. z 2018, poz. 646 z późn. zm.

---

## SALES REVENUE PLANNING UNDER MULTIPLE REGRESSION ANALYSIS WITH AN EXAMPLE OF PKP CARGO CORPORATE GROUP PUBLIC CO.

**Summary:** Sales revenues mean potential economic benefits to an entity from the sale of specified goods and services. In the context of profitability management, knowledge about the estimates of revenues gains importance. It can be obtained by analyzing the successive coefficients of the linear multiple regression model. The correct selection of parameters allows to determine to what extent fluctuations in sales volume translate into fluctuations in turnover, including whether and in what range individual types of operating activity are profitable. The aim of the publication is to present steps in the projection of revenues from the sale of products, merchandise and materials based on a regression model with  $k$  explanatory variables. The following research theses have been adopted in the study: 1. The selection of parameters for a regression analysis seems to imply a critical value of the linear correlation coefficient  $r^*$  at a given significance level  $\alpha$  in the initial set, which is confirmed by the relation  $\alpha$  to  $p$ ; 2. The coefficients selected in the linear regression analysis may constitute the starting point of the forecast construction, as long as they meet the normality of the Shapiro–Wilk test for low estimation errors; 3. The accuracy of the prediction in the control area seems to be confirmed by the values of the mean absolute percentage error and the mean square error, provided that the square root of the latter takes lower amounts than the standard deviation of residuals in the whole analyzed time series. Otherwise, further adjustment actions may be recommended.

**Keywords:** sales revenues, forecasting, multiple regression, time series, rentability, PKP Cargo Corporate Group Public Co.

# BADANIE WPLYWU CZYNNIKÓW GOSPODARCZYCH USA NA RYNEK ZŁOTA

Aleksander IWASZCZUK\*, Zoriana DVULIT\*\*,  
Jarosław BARAN\*\*\*

\* Politechnika Krakowska, Kolegium Nauk Społecznych

\*\* Narodowy Uniwersytet Politechnika Lwowska

\*\*\* AGH Akademia Górniczo-Hutnicza w Krakowie, Wydział Zarządzania

**Streszczenie:** Rynek złota jest jednym z najbardziej wrażliwych, podobnie jak rynek finansowy. Najważniejsza rola złota sprowadza się obecnie do roli inwestycyjnej – po królewski metal sięgają nie tylko inwestorzy, lecz również banki centralne państw. Dlatego tak ważne jest badanie czynników wpływających na notowania złota w skali świata. W rozdziale skupiono uwagę na wybranych czynnikach związanych z gospodarką Stanów Zjednoczonych Ameryki. Udowodniono silną ujemną korelację między ceną surowca a oprocentowaniem obligacji i bonów skarbowych. Dodatnią zależność zaobserwowano z kolei pomiędzy ceną złota a polityką monetarną (wyrażoną w postaci agregatu monetarnego M2 USA) oraz stopą inflacji, wyrażoną indeksem CPI USA. Natomiast między ceną złota a indeksem Dollar Index istotnej zależności nie dostrzeżono.

**Słowa kluczowe:** złoto, dolar USA, obligacje skarbowe, bony skarbowe, stopa inflacji, indeks dolara, agregat monetarny M2, korelacja

## 1. Wprowadzenie

Złoto (zwane „królewskim metalem”) jest przede wszystkim produktem inwestycyjnym kupowanym przez inwestorów indywidualnych i instytucjonalnych. Jest też metalem przemysłowym, wykorzystywanym najczęściej w rzemiośle jubilerskim oraz w przemyśle dekoracyjnym, w elektronice i awionice, w technologiach kosmicznych, telefonach komórkowych i komputerach. Dlatego rynek złota coraz bardziej przyciąga uwagę zarówno analityków rynków kapitałowych, jak i praktyków gospodarczych.

Niestety rynek tego kruszca nie jest stabilny, zachodzą na nim duże wahania popytu i podaży, co skutkuje znaczną fluktuacją cen. Zmiany są powodowane przez wiele czynników różnego pochodzenia. Temat czynników wpływu cały czas jest aktualny i badany przez naukowców.

W swoim artykule Qian i in. (2019) przeanalizowali wpływ indeksu dolara, stopy funduszy federalnych, amerykańskiego indeksu inflacji (*consumer price index* – CPI), kursu walutowego, ceny ropy naftowej oraz indeksu giełdowego S&P500

na ceny ropy. Otrzymane wyniki wskazują, że wszystkie te czynniki (z wyjątkiem CPI) mają negatywny wpływ na cenę złota. Korelacje między cenami ropy naftowej i złota potwierdzają też Li i Dong (2020), zwracając uwagę na fakt, że ropa naftowa jest bardziej skorelowana z cenami złota w USA. Z kolei Chai i in. (2019) badają wpływ niepewności polityki gospodarczej (*economic policy uncertainty* – EPU) w wybranych krajach (Australia, Kanada, Francja, Niemcy, Grecja, Irlandia, Włochy, Japonia, Niderlandy, Hiszpania, Szwecja, Wielka Brytania, USA, Brazylia, Chile, Chiny, Indie, Meksyk, Rosja, Korea Południowa) na ceny złota (w latach 2006–2017). Wyniki pokazują, że wpływ szoku związanego z niepewnością globalnej polityki gospodarczej (*global economic policy uncertainty* – GEPU) na ceny złota jest zmienny w czasie. Pozytywne zmiany zaobserwowano w latach 2006–2008 i 2013–2017, natomiast negatywne w latach 2009–2012. Oznacza to, że efektywność złota jako bezpiecznej lokaty kapitału nie jest stabilna i zależy od warunków otoczenia zewnętrznego. Podkreślono też znaczne różnice między krajami, jeśli chodzi o wpływ EPU na cenę złota, szczególnie w czasie międzynarodowego kryzysu finansowego, europejskiego kryzysu zadłużenia i wyborów na prezydenta USA, które wygrał Donald Trump. W czasie międzynarodowego kryzysu finansowego EPU wywierała pozytywny wpływ na ceny złota w większości krajów; w okresie europejskiego kryzysu zadłużenia wpływ EPU na ceny złota był w badanych krajach głównie negatywny; podczas wyborów wygranych przez Trumpa wpływ ten w większości krajów był naprzemiennie pozytywny i negatywny.

Powiązanie między ryzykiem geopolitycznym 18 krajów wschodzących (Turcja, Meksyk, Korea Południowa, Rosja, Indie, Brazylia, Chiny, Indonezja, Arabia Saudyjska, Afryka Południowa, Argentyna, Kolumbia, Wenezuela, Tajlandia, Ukraina, Izrael, Malezja, Filipiny) a cenami złota (w latach 1985–2019) zbadano w publikacji autorstwa Li i in. (2021). Analiza danych pokazała, że dynamiczne efekty zewnętrzne zachodzące pomiędzy tymi zmiennymi wykazują znaczny wzrost podczas głównych wydarzeń geopolitycznych. Tym samym udowodniono, że im większe zawirowania polityczne zachodzą na świecie, tym częściej inwestorzy uciekają do bezpiecznej przystani, jaką jest złoto. Inwestorzy zawsze bowiem szukają różnych ścieżek inwestycyjnych, które zwiększają ich stopy zwrotu z inwestycji (skorygowane o ryzyko) i zapewniają dywersyfikację portfela. Od wieków złoto było preferowane jako jedna z głównych opcji inwestycyjnych, ponieważ w długiej perspektywie czasowej ceny złota rosną.

Ze względu na globalizację procesów gospodarczych i integrację rynków na całym świecie na cenę złota wpływ ma jednak coraz więcej czynników. Przykładowo w artykule autorstwa Sindhu (2013) omówiono wpływ na cenę złota takich czynników jak kurs USD/INR (kurs dolara amerykańskiego do rupii indyjskiej), cena ropy naftowej, stopa repo i stopa inflacji, dostrzegając odwrotną zależność między ceną kruszcu a kursem USD/INR oraz dodatnią z ceną ropy, stopą repo i stopą inflacji. Wpływ inflacji na złoto (na przykładzie trzech krajów – USA, Wielkiej Brytanii i Japonii) zbadali również Lucey i in. (2016). Wybrany okres obejmował 40 lat, na przestrzeni których były stosowane różne mierniki inflacji i płynności monetarnej. Udowodniono brak powiązania między ceną złota a oficjalną inflacją



w USA w połowie lat 90. XX wieku. Mniej wyraźne wyniki uzyskano natomiast dla Wielkiej Brytanii i Japonii. Autorzy są jednak przekonani, że złoto zapewniało ochronę przed wzrostem podaży pieniądza przez ostatnie cztery dekady w Stanach Zjednoczonych i Wielkiej Brytanii, ale nie w Japonii. W rezultacie stwierdzono, że istnieje zmienny w czasie związek między złotem a podażą pieniądza i faktyczną inflacją w prawie wszystkich tych przypadkach.

Wobec powyższego w rozdziale postanowiono zbadać, czy i jak sygnały płynące z gospodarki USA wpływają na kształtowanie się cen królewskiego metalu na całym świecie. W badaniu wykorzystano krytyczną analizę literatury naukowej oraz analizę danych empirycznych za pomocą metod ekonometrycznych (w celu oszacowania współczynnika korelacji, jako miernika zależności przyczynowo-skutkowej pomiędzy wybranymi czynnikami a ceną złota).

## 2. Złoto i srebro we współczesnej gospodarce

Jak już zostało wspomniane, złoto należy do podgrupy metali szlachetnych, będąc jednocześnie metalem przemysłowym, surowcem do produkcji wyrobów jubilerskich i samodzielnym produktem inwestycyjnym. Jest też wykorzystywane jako przedmiot spekulacji (czyli zarobkowania na różnicach cen) i środek tezauryzacji (przechowywania bogactwa) (Gierałowska, 2013). W przeciwieństwie do innych metali złoto jest jednak tylko w niewielkim stopniu zużywane na cele przemysłowe. Jego główną rolą jest zaspokojenie popytu inwestycyjnego, będącego alternatywą dla inwestycji na rynku kapitałowym, zwłaszcza w okresach zachwiania stabilności gospodarczej na skutek kryzysów lub wydarzeń o zasięgu globalnym.

Od czasów bimetalizmu złoto zawsze było porównywane do srebra, jednak to srebro ma coraz szersze zastosowanie przemysłowe i w mniejszym stopniu traktowane jest jako przedmiot spekulacji czy inwestycji. Z tego też powodu wprawdzie nie istnieje bezpośrednie i dokładne powiązanie tych dwóch kruszców w stosunku 1 : 1, jednak rozpatrując długoterminową zależność obu metali, nie sposób nie dostrzec, że ma ona jednak miejsce i w przybliżeniu ceny obu metali kształtują się w podobny sposób. Rysunek 1 przedstawia dynamikę cen złota (Au, niebieska linia) i srebra (Ag, żółta linia) wyrażonych w dolarach amerykańskich (ujęcie procentowe) w latach 1920–2020 (rok bazowy – 1920).

Jak widać na wykresach, główny trend jest taki sam dla obu kruszców. W niektórych okresach korelacja między nimi bywała dość silna, jednak w czasie kryzysów, II wojny światowej i szoków naftowych stawała się o wiele słabsza. Powodem oczywiście było większe zaufanie inwestorów do królewskiego metalu.

Powtarzające się kryzysy finansowe oraz zmienna polityka monetarna rządów (zwłaszcza krajów wysoko rozwiniętych gospodarczo) spowodowały, że na znaczeniu ponownie zaczęły zyskiwać bezpieczne sposoby lokowania kapitału jako środek ochrony przed spadkiem wartości, któremu może ulegać pieniądz fiducjarny (czyli oparty na zaufaniu), traktowany obecnie jako instrument finansowy dużego ryzyka. Takie bezpieczeństwo w mniemaniu inwestorów powinno zapewniać złoto.



**Rys. 1.** Ceny złota i srebra w latach 1920–2020 w odniesieniu do roku 1920

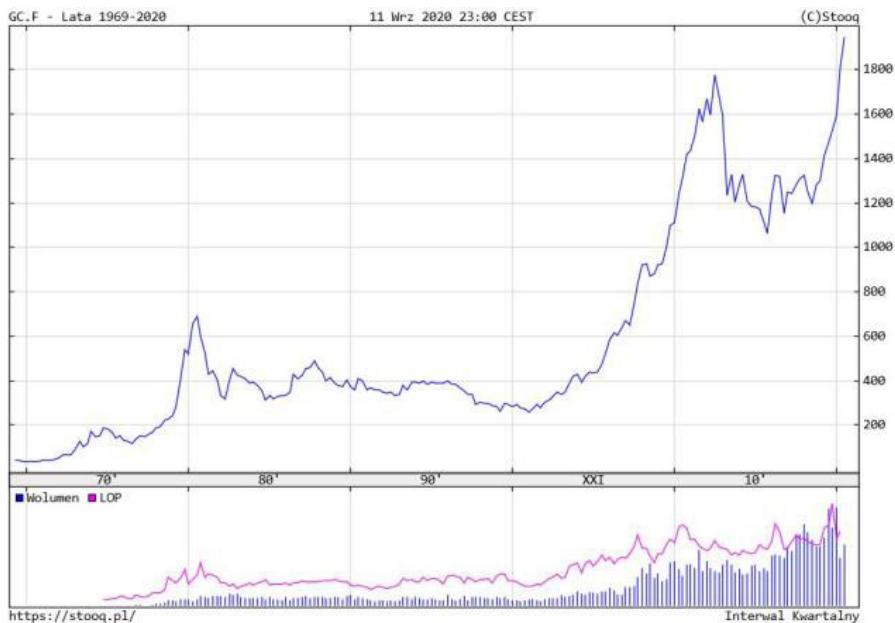
Źródło: Stooq, b.d.

Nie bez znaczenia jest także podejście spekulacyjne znacznej części inwestorów, którzy dostrzegli w wysokiej wrażliwości rynku złota szansę na osiągnięcie ponadprzeciętnych zysków. W efekcie z powodu kryzysu spowodowanego pandemią COVID-19 na początku sierpnia 2020 roku cena złota wzrosła do blisko 2100 USD, co było pobiciem wszystkich wcześniejszych rekordów cen wyrażonych w wartościach nominalnych.

### 3. Fluktuacje ceny złota

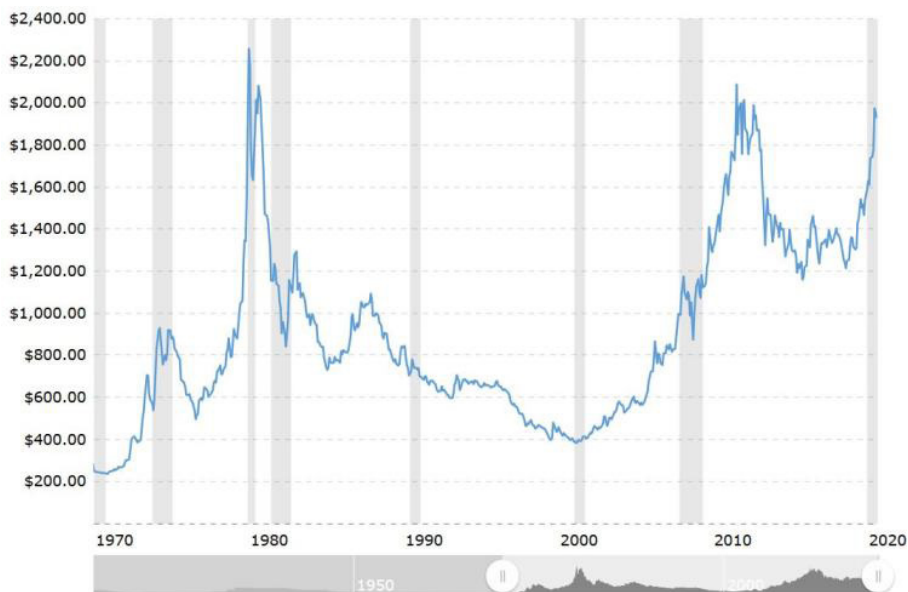
Cena złota w ciągu ostatnich 50 lat wzrosła z ok. 30 USD do ponad 2000 USD (rys. 1). Oznacza to prawie 70-krotny wzrost notowań w ujęciu nominalnym (bez uwzględnienia wartości pieniądza w czasie i inflacji). Już po pierwszym szoku naftowym (1973 rok) cena kruszca wykazała gwałtowny wzrost. Kolejne lata (aż do początku lat 80. XX wieku) były w miarę spokojne – cena utrzymywała się na niemal niezmiennym poziomie (ok. 300–400 USD/oz, oz – uncja). Dopiero kryzys z 2008 roku spowodował jej gwałtowne wzrosty i spadki (rys. 2).

Nieco inaczej notowania królewskiego metalu prezentują się w ujęciu realnym, co pozwala na ich swobodne porównywanie. Jak widać na rysunku 3, osiągnął on swoją najwyższą w tym okresie cenę (ok. 2300 USD/oz) na początku lat 80. XX wieku. Kolejny szczyt miał miejsce po kryzysie z 2008 roku (ok. 2100 USD/oz), po czym nastąpiła korekta, aby z końcem pierwszej dekady XXI wieku znowu rozpocząć ruch ku górze i przekroczyć w 2020 roku poziom 2000 USD/oz.



Rys. 2. Cena złota w latach 1970–2020 (ujęcie nominalne)

Źródło: Stooq, b.d.



Rys. 3. Cena złota w latach 1970–2020 (z uwzględnioną inflacją)

Źródło: Macrotrends, b.d.

Po trzech tygodniach wzrostów notowań (od połowy grudnia 2020 roku) cena złota zaliczyła ostrą korektę – w ciągu dwóch dni spadła o ok. 70 dolarów za uncję (do ok. 1890 USD/oz). Zdaniem analityków spadek był spowodowany umocnieniem dolara i wzrostem rentowności amerykańskich obligacji skarbowych (będących alternatywą dla inwestycji w złoto) (Sofuł, 2021). Niemniej inwestycja w złoto opłaciła się – stopa zwrotu w 2020 roku wyniosła około 25%. Jest to dobry wynik dla inwestorów, jeśli wziąć pod uwagę spadek notowań wielu indeksów giełdowych opartych na akcjach. Jak wynika z danych Światowej Rady Złota, popyt na królewski metal w 2020 roku wyniósł 3,76 tys. Mg, co oznacza spadek o 14% liczony rok do roku. Był to pierwszy rok zakończony wynikiem poniżej 4 tys. Mg od 2009 roku, co było spowodowane zmniejszeniem zapotrzebowania na wyroby jubilerskie ze względu na pandemię. Zmalał również popyt ze strony banków centralnych, które w tym trudnym czasie miały do realizacji wiele innych zadań związanych z kryzysem spowodowanym pandemią (Osowski, 2021). Styczeń 2021 roku początkowo przyniósł wzrost notowań złota, po czym nastąpiła gwałtowna jego korekta. Początek lutego to kolejna korekta na rynku tego metalu szlachetnego – cena spadła o 2,3%, ponownie schodząc poniżej 1800 USD za uncję trojańską (Kolany, 2021).

Co było przyczyną tych wszystkich zmian? Odpowiedź nie będzie jednoznaczna, gdyż cena złota przez wiele lat podlegała większym lub mniejszym fluktuacjom na skutek działania wielu czynników rynkowych i pozarynkowych.

Ze względu na rozbieżne opinie, zależne m.in. od ilości przeprowadzonych obserwacji, długości badanego okresu (który może obejmować wystąpienie tylko części z czynników), wydaje się zasadne przeprowadzenie analizy kilku z nich, z dostosowaniem zakresu badań do celu niniejszej pracy.

#### 4. Popyt banków centralnych

Jednym z najistotniejszych czynników wywierających wpływ na rynek złota jest polityka monetarna realizowana przez banki centralne poszczególnych państw (Frankel, 2020). Jest to związane z tym, że często utrzymują one swoje rezerwy właśnie w postaci złota inwestycyjnego (w sztabkach i monetach). Analizując oficjalne rezerwy banków centralnych utrzymywane w złocie, można zauważyć, że zmiany netto w ciągu ostatnich 70 lat (tj. pomiędzy rokiem 1948 a 2018) wynosiły rocznie pomiędzy 1500 Mg a 700 Mg, zwykle oscylując jednak w granicach  $-700$  a  $700$  Mg w skali roku. W 2018 roku największe rezerwy były w posiadaniu banków USA (8134 Mg), Niemiec (3370 Mg), Międzynarodowego Funduszu Walutowego (MFW) (2814 Mg), Włoch (2452 Mg), Francji (2436 Mg), Rosji (2113 Mg), Chin (1853 Mg) oraz Szwajcarii (1040 Mg). Pozostałe kraje posiadają poniżej 1000 Mg rezerw tego kruszcu (Raport, 2019).

W 2019 roku wiele banków centralnych zwiększało rezerwy królewskiego metalu. Do tego trendu dołączył również NBP, który między latem 2018 a latem 2019 zwiększył zasoby złota z niewiele ponad 100 Mg do ponad 228 Mg. Natomiast 2020 rok był pod tym względem zupełnie inny – banki centralne zakupiły

tylko 272,9 Mg złota, co stanowiło ok. 40% w porównaniu do roku poprzedniego. W okresie pandemii rządy i prezesi banków centralnych skupiali bowiem swoją uwagę na ratowaniu gospodarek znajdujących się w dramatycznej sytuacji (Osowski, 2021).

Mimo to nasuwa się pytanie, czy polityka monetarna banków centralnych wpływa na popyt oraz ceny złota. Jedne z obszerniejszych badań (Sindhu, 2013; Lucey i in., 2016; Zhu i in., 2018), które przeprowadzono (były to zarówno badania empiryczne, jak i literaturowe), wskazują, że notowania złota w pewnej mierze są zależne od polityki monetarnej, która oddziałuje w sposób bezpośredni lub pośredni na cenę złota. Dlatego podjęto próbę przeprowadzenia badania (obejmującego różne okresy), którego wyniki wskażą wielkość i kierunek korelacji pomiędzy ceną złota notowanego w dolarach a polityką monetarną banku centralnego USA.

## 5. Polityka monetarna banku centralnego USA a cena złota

Po upadku systemu z Bretton Woods, 15 sierpnia 1971 roku, kiedy to prezydent Nixon podjął decyzję o całkowitym zawieszeniu wymiennalności dolara na złoto, Amerykański System Rezerwy Federalnej (FED) może prowadzić bardziej elastyczną politykę monetarną, opartą na systemie pieniądza fiducyjnego oraz rezerw częstkowych, która nie jest już uzależniona od pokrycia emitowanego pieniądza przez cenny kruszec, który miałyby znajdować się w państwowych skarbcach (Kowalski, b.d.). Niemniej popularność złota nie zmalała. Nadal wywiera ono znaczący wpływ na wiele sfer życia, zwłaszcza w krajach wysoko rozwiniętych gospodarczo. I na odwrót – wydarzenia zachodzące w gospodarce światowej i jej otoczeniu kształtują ceny królewskiego metalu na rynku globalnym.

Złoto (w postaci fizycznej i papierowej – jako instrument bazowy w kontraktach terminowych typu *futures* oraz kontraktach opcyjnych) jest przedmiotem handlu giełdowego. Podobnie jak większość surowców strategicznych jest notowane w dolarach amerykańskich (USD), a więc waluta ta stała się punktem odniesienia. Stąd pomysł, aby zbadać wpływ polityki monetarnej Systemu Rezerwy Federalnej (Federal Reserve System – FED) na notowania tego kruszcu szlachetnego. Dotychczasowe badania niestety nie dają jednoznacznej odpowiedzi na pytanie: jaki i jak duży jest ten wpływ?

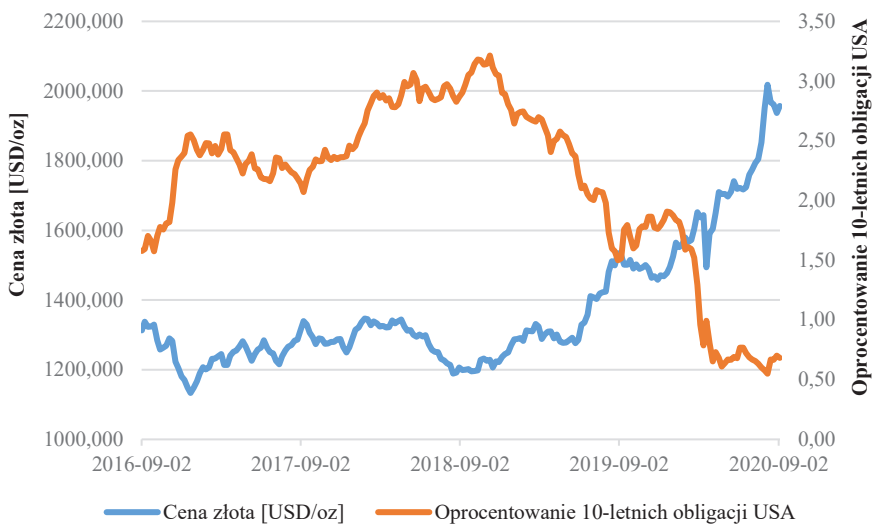
### 5.1. Długoterminowe papiery dłużne

Polityka monetarna znajduje wyraz m.in. w oprocentowaniu emitowanych przez skarbu państwa papierów dłużnych, ich sprzedaży lub odkupieniu. Założyć można, że istnieje korelacja pomiędzy oprocentowaniem obligacji USA a ceną złota, co można wyjaśnić na kilka sposobów. Przede wszystkim zwiększone oprocentowanie obligacji USA powoduje transfer środków pieniężnych z tzw. bezpiecznych obszarów inwestycyjnych (m.in. z rynku złota) w kierunku instrumentów zapewniających większe stopy zwrotu (np. obligacji skarbowych, akcji, jednostki uczestnictwa funduszy itp.).

Jest między nimi powiązanie bezpośrednie – im wyższe oprocentowanie obligacji, tym mniejszy popyt na złoto, a w konsekwencji niższa jego cena. Jednak istnieje też powiązanie pośrednie, które wynika np. z deprecjacji dolara amerykańskiego będącej następstwem obniżenia oprocentowania skarbowych papierów dłużnych tego kraju, kiedy kapitał inwestycyjny albo odpływa za granicę, albo inwestorzy kupują dewizy (waluty obce).

Aby zrealizować postawiony w niniejszym rozdziale cel, najpierw zbadane zostanie powiązanie między cenami 10-letnich obligacji skarbowych USA a cenami złota w okresie 4 lat (od 2 września 2016 do 2 września 2020) z wykorzystaniem danych tygodniowych liczonych jako średnia siedmiodniowa. Liczba obserwacji wynosi 210, a dane do obliczeń pozyskano ze strony Federal Reserve Bank of St. Louis (Fred, 2020).

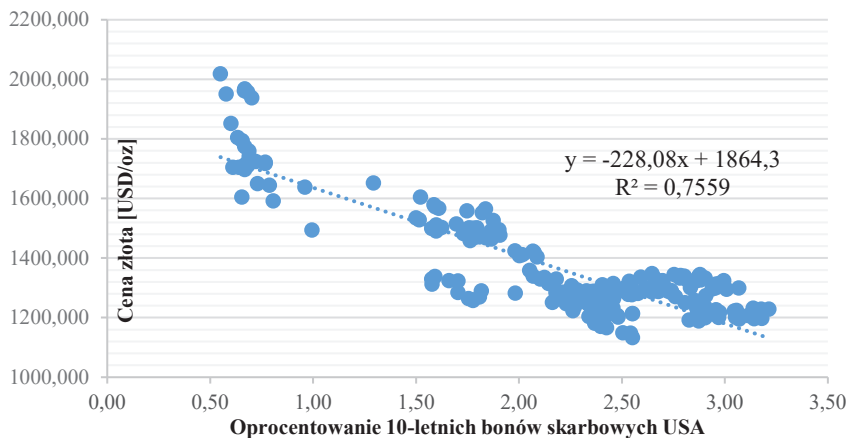
Wykres prezentujący ceny złota (notowania LME z godziny 10.30) oraz wielkość oprocentowania 10-letnich obligacji skarbowych przedstawiono na rysunku 4. Widoczna na nim jest istotna ujemna korelacja, szczególnie w drugiej połowie analizowanego okresu (od początku 2019 roku). Potwierdza to obliczony dla tego okresu współczynnik korelacji Pearsona, który wynosi  $(-0,869)$ .



**Rys. 4.** Cena złota a oprocentowanie 10-letnich obligacji skarbowych USA

Źródło: opracowanie własne na podstawie Fred (2020)

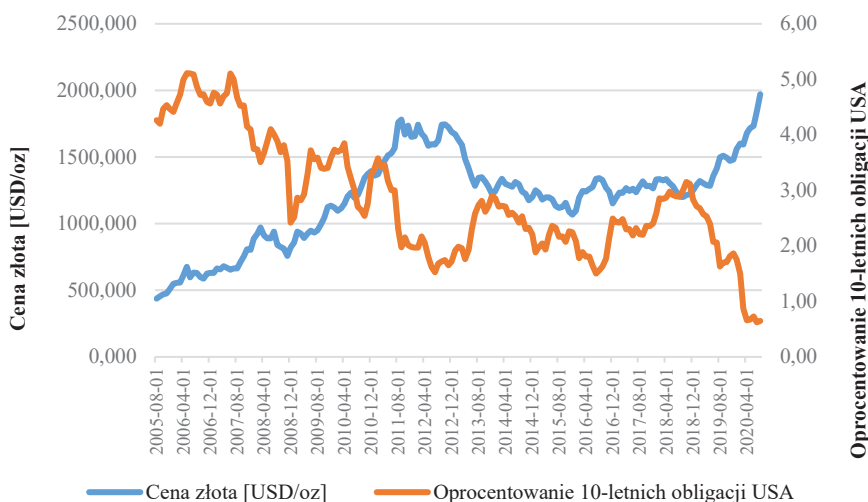
Z kolei na rysunku 5 zaprezentowano wykres rozproszenia dla powyższych danych wokół trendu, obliczonego jako model regresji liniowej łączącej dwie zmienne – oprocentowanie obligacji (zmienna objaśniająca) oraz cenę złota (zmienna objaśniana). Widoczne jest stosunkowo niewielkie rozproszenie wokół linii trendu, dodatkowo potwierdzające wcześniejsze obserwacje.



**Rys. 5.** Rozproszenie ceny złota (w zależności od oprocentowania 10-letnich obligacji skarbowych USA) wokół trendu (2016–2020)

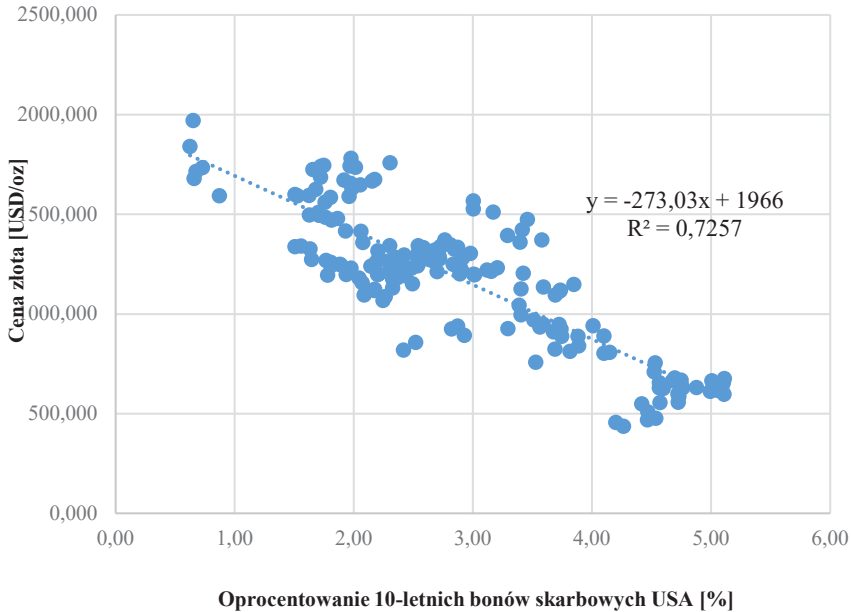
Źródło: opracowanie własne na podstawie Fred (2020)

Jeśli popatrzymy na tę zależność z dłuższej perspektywy czasu (2005–2020), to widać, że jest ona bardziej złożona (rys. 6 i 7), jednak trend pozostaje taki sam. Badania przeprowadzono na podstawie 181 obserwacji w cyklu miesięcznym, obliczonych jako średnia miesięczna. Na rysunku 6 zaprezentowano wykres przedstawiający obie wartości, a na rysunku 7 – wykres rozproszenia dla tego okresu.



**Rys. 6.** Cena złota a oprocentowanie 10-letnich obligacji skarbowych USA (2005–2020)

Źródło: opracowanie własne na podstawie Fred (2020)



**Rys. 7.** Rozproszenie ceny złota (w zależności od oprocentowania 10-letnich obligacji skarbowych USA) wokół trendu (2005–2020)

Źródło: opracowanie własne na podstawie Fred (2020)

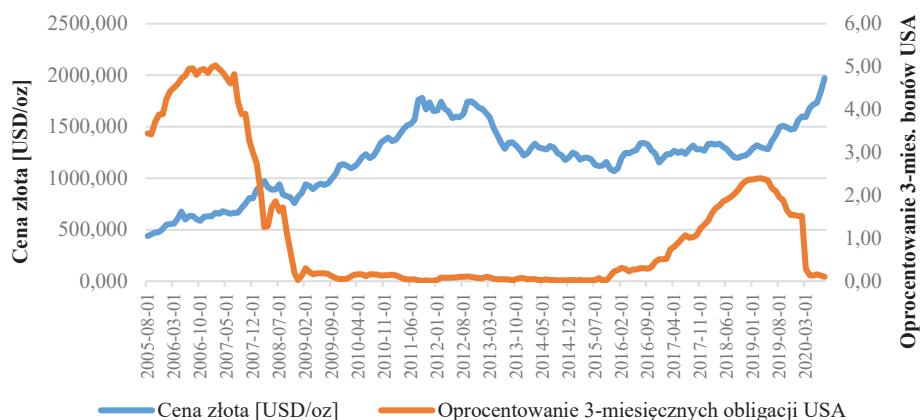
W tym przypadku współczynnik korelacji jest również istotny i wynosi  $(-0,852)$ , co jest zgodne z przyjętą hipotezą (że taki związek istnieje i jest silny). W długiej perspektywie ceny złota są jednak wypadkową działania większej liczby czynników, co oznacza obniżenie korelacji dla nich.

## 5.2. Krótkoterminowe papiery dłużne

Kolejne badanie dotyczyło zależności pomiędzy ceną złota a oprocentowaniem krótkoterminowych bonów skarbowych USA. Wybrano 3-miesięczne bony, ze względu na mniejszą ich zdolność do zabezpieczenia przed inflacją, ale jednocześnie stosunkowo istotniejsze zmiany w przypadku wpływu krótkoterminowych czynników zewnętrznych (Rosik, 2019). Oznacza to, że przewidywana korelacja powinna być mniejsza niż dla 10-letnich obligacji, jednak zależność taka powinna mieć miejsce. Badanie przeprowadzono na podstawie 181 obserwacji w cyklu miesięcznym, obliczonych jako średnia miesięczna.

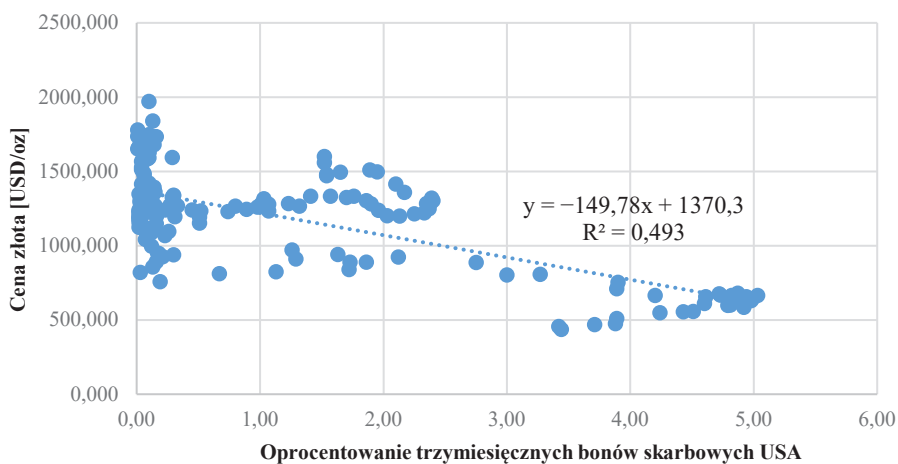
Na rysunkach 8 i 9 przedstawiono wykresy korelacji oraz rozproszenia wokół trendu tej zależności. Zgodnie z oczekiwaniami otrzymano współczynnik Pearsona zdecydowanie niższy niż w przypadku obligacji 10-letnich, wynosi on  $(-0,702)$ . Niemniej nadal jest to wartość wysoka, wskazująca na istnienie ujemnej zależności pomiędzy tymi zmiennymi.





Rys. 8. Cena złota a oprocentowanie 3-miesięcznych bonów skarbowych USA (2005–2020)

Źródło: opracowanie własne na podstawie Fred (2020)



Rys. 9. Rozproszenie ceny złota (w zależności od oprocentowania 3-miesięcznych bonów skarbowych USA) wokół trendu (2005–2020)

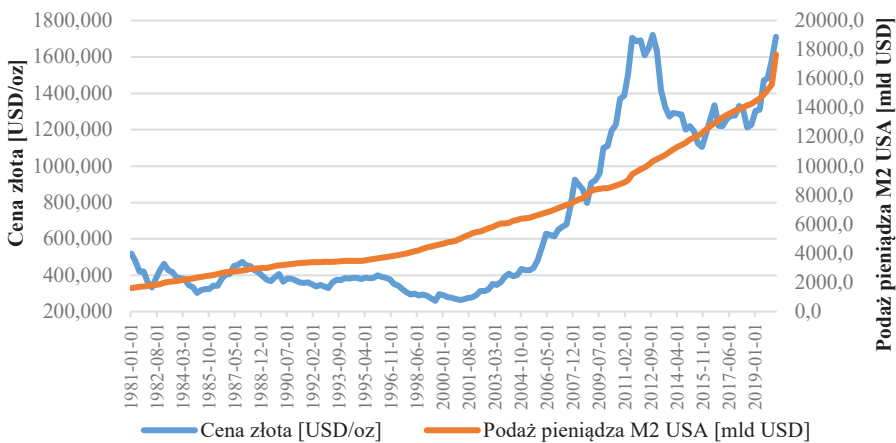
Źródło: opracowanie własne na podstawie Fred (2020)

Z kolei analizując wykres rozproszenia, można zauważyć znaczną zmianę w porównaniu do obligacji długoterminowych, spowodowaną przez długi okres (w latach 2008–2015) utrzymywania się oprocentowania blisko zera, co mogło być konsekwencją wybuchu w 2008 roku światowego kryzysu finansowego. Podobna sytuacja wróciła też w roku 2020, jednak jej przyczyny można dopatrywać się w wybuchu pandemii w skali światowej.

### 5.3. Podaż pieniądza w USA

Kolejnym istotnym czynnikiem, który według publikacji innych badaczy (United Nations, 2016; Zhu i in., 2018; Frankel, 2020; Mish Talk, 2020) powinien determinować cenę złota, jest związana z polityką monetarną USA podaż pieniądza oraz w szczególności tak zwane luzowanie ilościowe (*quantitative easing* – QE).

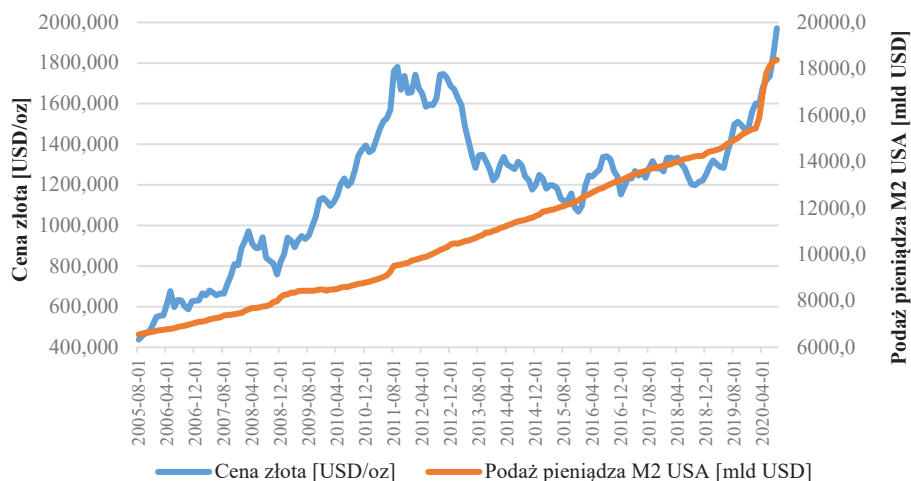
Tym razem sprawdzona zostanie zależność pomiędzy podażą M2 dolara amerykańskiego a ceną królewskiego metalu. Analizę taką przeprowadzono dla dwóch różnych okresów – długiego (1981–2020) oraz krótkiego (sierpień 2005 – sierpień 2020), przy czym okres długi zawiera 158 obserwacji (w cyklu kwartalnym, jako średnia z tego okresu), natomiast okres krótki – 181 obserwacji (w cyklu miesięcznym, jako średnia miesięczna).



Rys. 10. Cena złota a podaż pieniądza M2 USA w długim okresie (1981–2020)

Źródło: opracowanie własne na podstawie Fred (2020)

Analizując dane zaprezentowane na rysunku 10, można zauważyć istotną korelację pomiędzy obiema zmiennymi. Potwierdza to też współczynnik korelacji Pearsona na poziomie 0,877, który wskazuje na istnienie dużej dodatniej zależności między ceną złota (zmienna objaśniana) a wielkością podaży M2 (zmienną objaśniającą). Zatem zgodnie z oczekiwaniami zwiększenie ilości pieniądza w obiegu w USA prowadzi do jego deprecjacji względem złota, uważanego nadal za substytut pieniądza. Szczególnie widać to w przypadku pojawienia się znacznej ilości pieniądza fiducyjnego, jak było to np. w II kwartale 2020 roku. Przyczyniła się do tego ekspansywna polityka rządu nastawiona na minimalizację negatywnych skutków pandemii, której skutkiem stało się gwałtowne obniżenie poziomu aktywności gospodarczej na świecie, w tym też w USA. Znaczące zwiększenie ilości tzw. papierowego pieniądza przy niskich stopach procentowych doprowadziło do istotnego wzrostu ceny złota, uważanego za tzw. bezpieczną przystań, mogącą uchronić inwestorów przed utratą wartości ich kapitału finansowego.



Rys. 11. Cena złota a podaż pieniądza M2 USA w krótkim okresie (2005–2020)

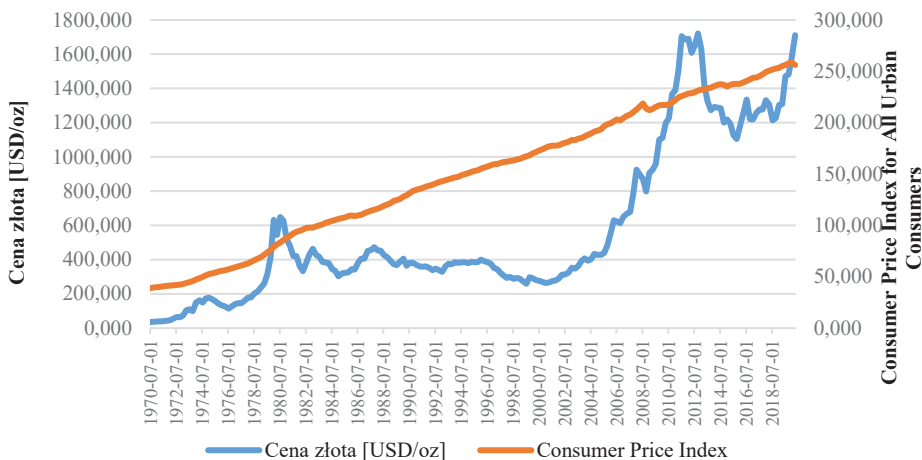
Źródło: opracowanie własne na podstawie Fred (2020)

Na rysunku 11 zaprezentowano wykresy przedstawiające badanie w krótszym okresie (sierpień 2005 – sierpień 2020). W tym przypadku współczynnik korelacji jest nieco niższy i wynosi 0,640. Choć jest on mniejszy niż dla dłuższego horyzontu czasowego, to nadal istotny. Naturalnie w obu przypadkach korelacja jest dodatnia, tzn. zwiększenie ilości pieniądza w obiegu jest równoznaczne ze zwiększeniem popytu na złoto i wzrost jego kwotowań wyrażonych w danej walucie. Przy tym gwałtowny wzrost ceny złota w latach 2008–2012 ewidentnie był związany z kryzysem finansowym, na początku którego miał on miejsce.

## 6. Indeks inflacji a cena złota

Inflacja jako utrata siły nabywczej pieniądza również może doprowadzić do wzrostu popytu na złoto wśród inwestorów realizujących strategię ucieczki od pieniądza fiducjarnego do bardziej bezpiecznych środków tezauryzacji, co potwierdzają liczne badania i analizy (Lucy i in., 2016; Duncan, 2017; Laakso, 2019). Aby sprawdzić, czy rzeczywiście inflacja przyczynia się do wzrostu wartości tego cennego kruszca, przeprowadzono dwa kolejne badania: porównano wskaźnik CPI-U USA (*Consumer Price Index for All Urban Consumers*) z ceną złota dla dwóch różnych okresów – długiego (1970–2020) oraz krótkiego (2005–2020).

W pierwszym przypadku dane obejmują 200 obserwacji w cyklu kwartalnym (dane uśrednione), w drugim wypadku – 181 obserwacji miesięcznych (średnie miesięczne). Jako rok bazowy wybrano 1984, dla którego przyjęto indeks równy 100. Na rysunku 12 zaprezentowano wykresy związane z okresem 50-letnim.

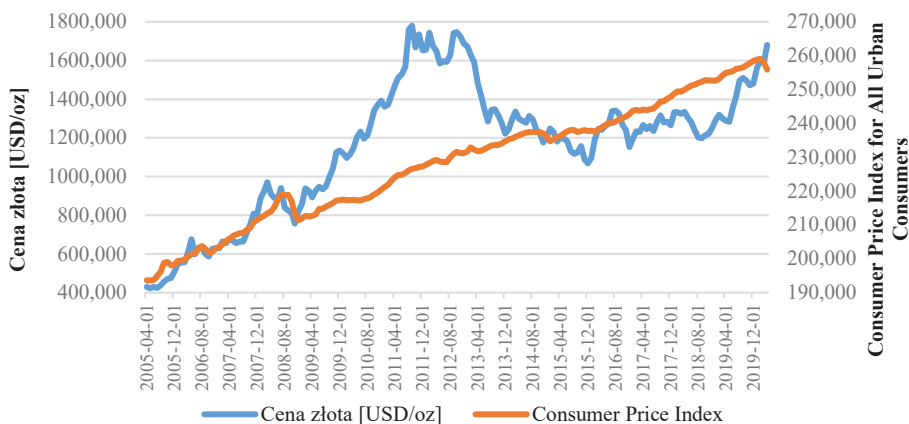


Rys. 12. Cena złota a wskaźnik CPI-U w długim okresie (1970–2020)

Źródło: opracowanie własne na podstawie Fred (2020)

Jak widać, stabilny wzrost wykazał tylko indeks inflacji. Natomiast na rynku złota miały miejsce różne zawirowania spowodowane wieloma czynnikami zarówno natury ekonomicznej, jak i nieekonomicznej. Jednak obliczony dla tego okresu współczynnik korelacji Pearsona (0,814) wykazał silny dodatni związek pomiędzy tymi zmiennymi.

Z kolei wyniki badań z okresu 15-letniego przedstawiono na rysunku 13. Obliczenia dla tego okresu potwierdzają poprzedni wniosek o silnej dodatniej korelacji, ponieważ współczynnik wyniósł 0,725.



Rys. 13. Cena złota a wskaźnik CPI-U w krótkim okresie (2005–2020)

Źródło: opracowanie własne na podstawie Fred (2020)

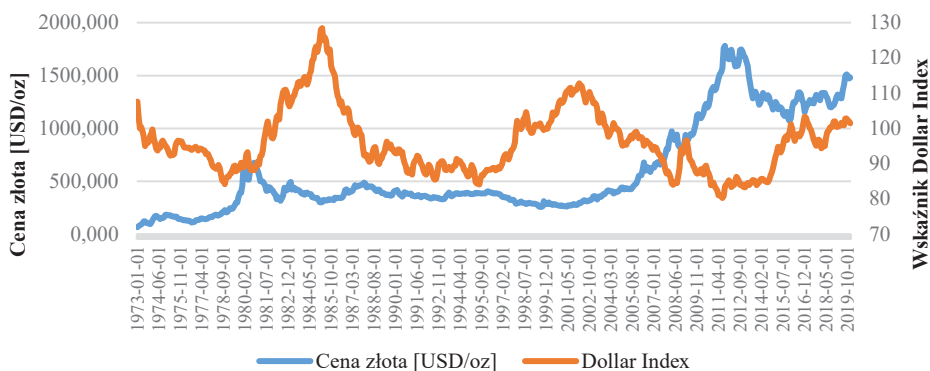
Zatem z całą pewnością można stwierdzić istnienie silnego związku pomiędzy inflacją w USA (wyrażoną za pomocą wskaźnika CPI-U USA) a ceną złota (wyrażoną w USD). Oczywistym jest też związek z długością analizowanego okresu – im jest dłuższy, tym obserwowana korelacja – większa.

## 7. Dollar Index a cena złota

Zasadne wydaje się także zbadanie powiązania kursu dolara z ceną złota za pomocą wskaźnika określanego jako Dollar Index. Jest to indeks, który został utworzony w 1973 roku, krótko po upadku porozumienia Bretton Woods. Jest on ważoną średnią geometryczną wybranych walut (między innymi euro, japońskiego jena, funta szterlinga i in.) i ma za zadanie określenie wartości dolara amerykańskiego w stosunku do innych walut. Jest to istotny wskaźnik, ponieważ dolar w dalszym ciągu dominuje we wszelkiego rodzaju rozliczeniach, a w szczególności w przypadku handlu surowcowego. Od momentu odejścia od powiązania kursu dolara ze złotem, cena tego metalu zależy w pewnej mierze od wartości tej waluty. W 2008 roku Międzynarodowy Fundusz Walutowy oszacował, że ok. 40–50% ruchów cen złota od 2002 roku było związane z wahaniami kursu dolara (Gilroy, 2014).

Oczywiście powyższa zależność zmienia się w czasie i jest związana także z innymi czynnikami – należy wziąć pod uwagę, że na przykład euro (stanowiące ponad 50% wartości koszyka walutowego w tym indeksie) odnotowuje okresy zarówno deprecjacji, jak i aprecjacji. Z tego powodu nie zawsze złoto stanowi zabezpieczenie przed zmianami wartości dolara, choć właśnie tak jest często traktowane przez wielu inwestorów (Gierałowska, 2013; SK Opiton Strading, 2011).

Aby potwierdzić istnienie zależności oraz obliczyć jej wielkość, przeprowadzono badanie, obejmujące okres od 1.01.1973 do 31.12.2019 (47 lat). W tym celu użyto próby składającej się z 564 obserwacji obejmujących okresy miesięczne, w których dane przedstawione są na pierwszy dzień każdego miesiąca. Na rysunku 14 zaprezentowano wykres przedstawiający kształtowanie się ceny złota na tle indeksu dolara.



Rys. 14. Cena złota a Dollar Index (1973–2019)

Źródło: opracowanie własne na podstawie Fred (2020) i Makrotrends (2020)

Obliczony współczynnik korelacji Pearsona wynosi  $(-0,331)$ , co dowodzi, że wspomniana korelacja ma miejsce. Jednak ulega ona ciągłej deprecjacji – w przytoczonych wcześniejszych obserwacjach ta zależność była silniejsza. Jest to zgodne także z opiniami o malejącym znaczeniu dolara amerykańskiego we współczesnym świecie. Naturalnie ze względu na wcześniejsze znaczenie tej waluty w ujęciu globalnym (szczególnie związane z rynkiem ropy naftowej, a wcześniej standardem złota) jeszcze długi czas dolar może być najważniejszą walutą świata i/lub punktem odniesienia dla chociażby ustalania cen – w tym m.in. surowców.

## 8. Podsumowanie

Złoto ma zarówno atrybuty towarowe, pieniężne, jak i finansowe. Na jego cenę wpływają nie tylko relacje między podażą a popytem, ale także zmiany gospodarcze i polityczne, kryzysy naftowe i finansowe oraz inne wydarzenia o wpływie globalnym. Królewski metal jest jednym z niewielu surowców strategicznych. Uznawany jest za tzw. bezpieczną przystań nie tylko przez inwestorów, lecz również banki centralne, które trzymają swoje aktywa w tej właśnie postaci. Dlatego ważna jest świadomość czynników, które mogą spowodować zawirowania na rynku tego kruszca.

Powiązanie złota z dolarem USA, udowodnione przez wielu badaczy, pozwala wysnuć wniosek, że gospodarka amerykańska ma pewien wpływ na notowania tego surowca. Ponieważ najważniejszą jego funkcją jest funkcja inwestycyjna, należy obserwować zmiany na rynku kapitałowym, gdzie sprzedawane są akcje spółek krajowych oraz amerykański dług publiczny (obligacje skarbowe). Stan gospodarki zbiorowo odzwierciedlają indeksy giełdowe, natomiast kierunki polityki monetarnej rządu można przewidywać, obserwując notowania obligacji i bonów skarbowych.

Analiza korelacji pomiędzy rynkiem złota a skarbowymi papierami dłużnymi USA pokazała silną odwrotną zależność w obu przypadkach – papierów długo- i krótkoterminowych. Natomiast dodatnią zależność wykazało powiązanie złota z podażą pieniądza – agregatem monetarnym M2 USA. Podobna zależność istnieje w przypadku inflacji (mierzonej jako indeks CPI) – jej wzrost powoduje ucieczkę do bezpiecznego złota, a w konsekwencji – wzrost jego ceny. Choć pewnym zaskoczeniem był wynik dla korelacji między ceną złota a indeksem dolara, to wyjaśnieniem może tu być zmienność nie tylko waluty amerykańskiej, lecz również innych walut, do których jest porównywany.

Wszystkie badania przeprowadzone dla dwóch okresów (krótkiego i długiego) wykazały, że wybór okresu ma również istotny wpływ na otrzymane wyniki. W zależności od przyjętego horyzontu czasowego wartości korelacji ulegają zmianom, będąc często pochodną wpływu pozostałych czynników, które oddziałują na siebie wzajemnie. Jednocześnie należy zaznaczyć, że ze względu na istnienie przeważającego obrotu tym surowcem w formie instrumentów pochodnych (tzw. złoto papierowe) to właśnie taki rodzaj obrotu złotem determinuje kształtowanie się ceny tego kruszcu na rynku spot (złoto fizyczne). Dodatkowo możliwość przeprowadzania transakcji spekulacyjnych na różnych giełdach (operacji arbitrażowych) w jednym czasie może prowadzić do manipulacji na tym rynku.

To, jak cena kruszcu będzie kształtowała się w 2021 roku, zależeć będzie zarówno od popytu, który w zeszłym roku został mocno nadszarpnięty, jak i wielu innych czyn-

ników, które czasem trudno nawet przewidzieć. W dłuższej perspektywie, po ustąpieniu pandemii, można spodziewać się gwałtownego wzrostu aktywności gospodarczej i wyższej inflacji, które bez wątpienia odcisną piętno na rynku królewskiego metalu.

Przeprowadzone badania wpływu wybranych czynników na rynek złota będą pożyteczne dla decydentów w zarządzaniu ryzykiem zmian cen tego metalu, jak i innych surowców z nim powiązanych. Dotyczy to przede wszystkim przedsiębiorstw, gdzie stanowią nakład produkcyjny.

## Literatura

- Chai G., You D., Chen J., 2019: *Dynamic response pattern of gold prices to economic policy uncertainty*, Transactions Nonferrous Metals Society of China, vol. 29, iss. 12, s. 2667–2676, [https://doi.org/10.1016/S1003-6326\(19\)65173-3](https://doi.org/10.1016/S1003-6326(19)65173-3).
- Duncan R., 2017: *Will The Price Of Gold Rise Or Fall?*, Richdad, <https://www.richdad.com/will-price-of-gold-rise-fall?feed=RichDadNews> [17.09.2020].
- Frankel J., 2020: *Price of gold should not determine US monetary policy*, The Guardian, <https://www.theguardian.com/business/2020/aug/24/price-of-gold-should-not-determine-us-monetary-policy> [14.09.2020].
- Fred, b.d.: <https://fred.stlouisfed.org/> [14.09.2020].
- Gierałowska U., 2013: *Inwestowanie w metale szlachetne jako alternatywna forma lokowania kapitału*, Prace Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu, nr 323, s. 88–100.
- Gilroy A., 2014: *Why gold and the US dollar have an inverse relationship*, Finance, <https://finance.yahoo.com/news/why-gold-us-dollar-inverse-170016117.html> [17.09.2020].
- Kolany K., 2021: *Rekordy na Wall Street. Złoto i srebro w dół*, <https://www.bankier.pl/wiadomosc/Rekordy-na-Wall-Street-Zloto-i-srebro-w-dol-8050922.html> [4.02.2021].
- Kowalski P., b.d.: *Historia Srebra i Srebro jako waluta. Infografika*, Goldco, <https://goldco.pl/blog/historia-srebra-i-srebro-jako-waluta-infografika/> [16.07.2020].
- Laakso S., 2019: *The Future of Gold from 2019 to 2039*, Bachelor's Thesis, Haaga-Helia, University of Applied Sciences, <https://www.skalcapital.com/wp-content/uploads/2019/05/The-Future-of-Gold-from-2019-to-2039-v.1.0.5.pdf> [17.09.2020].
- Li P., Dong Z., 2020: *Time-varying network analysis of fluctuations between crude oil and Chinese and U.S. gold prices in different periods*, Resources Policy, vol. 68, 101749, <https://doi.org/10.1016/j.resourpol.2020.101749>.
- Li Y., Huang J., Chen J., 2021: *Dynamic spillovers of geopolitical risks and gold prices: New evidence from 18 emerging economies*, Resources Policy, vol. 70, 101938, <https://doi.org/10.1016/j.resourpol.2020.101938>.
- Lucey B.M., Sharma S.S., Vigne, S.A., 2016: *Gold and Inflation(s) – A Time-Varying Relationship*, Economic Modelling, vol. 67, s. 88–101, <https://doi.org/10.1016/j.econmod.2016.10.008>.
- Macrotrends, b.d.: *Gold Prices – 100 Year Historical Chart*, <https://www.macrotrends.net/1333/historical-gold-prices-100-year-chart> [13.09.2020].

- Mish Talk, 2020: *How are Gold and Money Supply Related? M2 Money Supply is surging. Will gold follow?*, <https://www.thestreet.com/mishtalk/economics/how-are-gold-and-money-supply-related> [17.09.2020].
- Osowski D., 2021: *Nadchodzi długa hossa na rynku surowców?*, Parkiet, <https://www.parkiet.com/Analizy/302069970-Nadchodzi-dluga-hossa-na-ryнку-surowcow.html> [7.02.2021].
- Qian Y., Ralescu D.A., Zhang B., 2019: *The analysis of factors affecting global gold price*, Resources Policy, vol. 64, 101478, <https://doi.org/10.1016/j.resourpol.2019.101478>.
- Raport, 2019: *Raport GFMS Gold Survey 2019*, Refinitiv, London, <https://www.refinitiv.com/en/products/eikon-trading-software/metal-commodities> [12.09.2020].
- Rosik P., 2019: *Ważna zmiana na rynku w USA. Ostatni raz podobna sytuacja miała miejsce przed kryzysem w 2007 roku*, Strefa inwestorów, <https://strefainwestorow.pl/artykuly/obligacje/20190326/obligacje-usa-rentonosc> [15.09.2020].
- Sindhu Dr., 2013: *A study on impact of select factors on the price of Gold*, IOSR Journal of Business and Management (IOSR-JBM), vol. 8, iss. 4, s. 84–93, <http://iosrjournals.org/iosr-jbm/papers/Vol8-issue4/I0848493.pdf?id=5194>.
- SK Option Strading, 2011: *Why Gold Is No Longer an Effective USD Hedge*, <http://www.skoptionstrading.com/updates/2011/3/20/why-gold-is-no-longer-an-effective-usd-hedge.html> [17.09.2020].
- Sofuł A., 2021: *Mocna korekta na złocie*, WNP, <https://www.wnp.pl/finanse/mocna-korekta-na-zlocie,442291.html> [8.01.2021].
- Stooq, b.d.: <https://stooq.pl/> [7.08.2020].
- United Nations, 2016: *United Nations conference on trade and development. Commodities at a Glance. Special issue on gold*, N° 6, New York and Geneva, [https://unctad.org/en/PublicationsLibrary/suc2015d3\\_en.pdf](https://unctad.org/en/PublicationsLibrary/suc2015d3_en.pdf) [16.09.2020].
- Zhu Y., Fan J., Tucker J., 2018: *The impact of monetary policy on gold price dynamics*, Research in International Business and Finance, vol. 44, s. 319–331, <https://doi.org/10.1016/j.ribaf.2017.07.100>.

## RESEARCH ON THE EFFECT OF SELECTED US ECONOMIC FACTORS ON THE GOLD MARKET

**Summary:** The gold market is one of the most vulnerable, as is the financial market. The most important role of gold currently boils down to the investment role – not only investors, but also central banks of countries reach for the royal metal. That is why it is so important to study the factors influencing gold prices in the world. The chapter focuses on selected factors related to the economy of the United States of America. A strong negative correlation has been proven between the price of the raw material and the interest rate on bonds and treasury bills. In turn, a positive relationship was observed between the price of gold and monetary policy, expressed in the form of the US M2 monetary aggregate, and the inflation rate, expressed by the US CPI index. However, no significant relationship has been revealed between the price of gold and the Dollar Index.

**Keywords:** gold, US dollar, treasury bonds, treasury bills, inflation rate, dollar index, M2 monetary aggregate, correlation



# WSKAŹNIK EFEKTYWNOŚCI OEE W SYSTEMIE PRODUKCJI GNIAZDOWEJ<sup>1</sup>

Magdalena MURDZEK\*, Maria RICHERT\*\*, Rafał HUBICKI\*\*\*

\* AGH Akademia Górniczo-Hutnicza w Krakowie, Szkoła Doktorska

\*\* AGH Akademia Górniczo-Hutnicza w Krakowie, Wydział Zarządzania, Katedra Zarządzania Strategicznego

\*\*\* Grupa Kęty SA w Kętach

**Streszczenie:** W opracowaniu przedstawiono wskaźnik OEE (*overall equipment effectiveness*) w odniesieniu do ilościowej oceny efektywności produkcji. Procentowo ukazuje on wykorzystanie czasu pracy maszyn. Wskaźnik ten składa się z trzech parametrów: dostępności, wydajności oraz jakości. Interesującym składnikiem wskaźnika jest jakość i jej wpływ na wartość wskaźnika OEE. Jakość, której pogorszenie powoduje zmniejszenie liczby sprzedanych wyrobów, wpływa na wydajność i zmniejsza efektywny czas pracy maszyn. Poprawa wydajności powoduje wzrost efektywności produkcji. Na podkreślenie zasługuje możliwość podwyższenia efektywności produkcji bez wzrostu nakładów, dzięki działaniom zmniejszającym liczbę wybraków produkcyjnych.

**Słowa kluczowe:** efektywność produkcji, jakość, czas pracy maszyn

## 1. Wprowadzenie

Nieustanny rozwój gospodarczy przyczynia się do wzrostu konkurencyjności przedsiębiorstw, a tym samym wymusza na producentach ciągłe usprawnianie i automatyzację procesów produkcji, zarówno w celu utrzymania, jak i poprawy ich obecnej pozycji na rynku (Lipiak i Ejsmont, 2016).

Każdy projekt i proces charakteryzuje sześć efektywności: koszty, czas, jakość, zakres, ryzyko i korzyści. Są to zmienne (aspekty efektywności), którymi należy zarządzać. Z punktu widzenia interesariuszy najistotniejsze są korzyści, jednak nigdy nie zostaną one osiągnięte bez zapewnienia pozostałych zmiennych na oczekiwanym poziomie. Pomędzy wszystkimi aspektami efektywności występują zależności, które umożliwiają sterowanie nimi i korygowanie przekroczeń zakresu tolerancji jednego parametru drugim. W ten sposób osiągana jest wysoka efektywność i jakość procesów, które należy nadzorować przy użyciu odpowiednich wskaźników.

---

<sup>1</sup> Publikacja została sfinansowana przez Akademię Górniczo-Hutniczą im. Stanisława Staszica w Krakowie (subwencja na utrzymanie i rozwój potencjału badawczego).

Podstawowym miernikiem wykorzystywanym do weryfikacji efektywności pracy maszyn oraz procesów produkcyjnych jest OEE (*overall equipment effectiveness*) (Wirkus i Kukułka, 2015). Wskaźnik ten jest metodą pomiaru oraz wizualizacji danych pokazującą, jak efektywnie wykorzystywane są w przedsiębiorstwie zasoby produkcyjne. Upraszczając, można stwierdzić, że wskaźnik OEE przedstawia, jaki procent pracy wykonały maszyny w porównaniu do teoretycznej maksymalnej wartości możliwej do osiągnięcia (Lipiak i Ejsmont, 2016). Elastyczność, standaryzacja procesów oraz zrozumienie wskaźnika OEE są kluczem do eliminacji marnotrawstwa, ciągłego doskonalenia oraz spełnienia coraz wyższych wymagań klientów.

OEE, jako kluczowy wskaźnik wydajności produkcji używany do pomiaru produktywności sprzętu, pozornie może być miernikiem prostym w obliczeniu oraz uniwersalnym, nadającym się do zastosowania w wielu przedsiębiorstwach produkcyjnych. Duże zróżnicowanie typów produkcji w poszczególnych zakładach niejednokrotnie wymusza dostosowanie wskaźnika OEE do charakterystyki produkcji przedsiębiorstwa. Tak naprawdę sposobów jego obliczenia, modyfikacji oraz interpretacji wyników może być wiele. Jest to w głównej mierze zależne od potrzeb branży czy charakterystyki procesów produkcji danego przedsiębiorstwa. Każde dostosowanie wskaźnika do typu produkcji przedsiębiorstwa może być użyteczne i miarodajne, jednak szczególnie istotny jest sposób zbierania danych zasilających dalsze obliczenia. W publikacji Carmen Ng Corrales i in. (2020) ocenie i interpretacji poddawano wskaźnik OEE w odniesieniu do seryjnej produkcji z uwzględnieniem konkretnej maszyny bądź linii produkcyjnej. Wskaźnik ten był również wielokrotnie modyfikowany w zależności od potrzeb branży oraz specyfiki produkcji zakładu. Wielu autorów (w tym Carmen Ng Corrales i in., 2020) zaproponowało własne wzory, dostosowując je do swoich szczególnych wymagań.

W opracowaniu przedstawiono metodykę wyznaczenia wskaźnika OEE całkowitej efektywności wyposażenia oraz studium przypadku. Szczególnie istotnym aspektem przeprowadzonej analizy jest charakter produkcji analizowanego przedsiębiorstwa, który wymusza modyfikację sposobu wyznaczania poszczególnych składowych wskaźnika OEE. W trakcie analizy zebranych danych ustalono, że ocena efektywności wykorzystania maszyny w ciągu tygodnia roboczego jest obciążona błędem, co szczególnie wpływa na składową wydajności.

## **2. Metodyka wyznaczenia wskaźnika całkowitej efektywności wyposażenia (OEE) dla wybranej maszyny**

OEE to kluczowy wskaźnik TPM (*total productive maintenance*), jak również najczęściej stosowany miernik służący do oceny wydajności i efektywności pracy maszyn w zakładach produkcyjnych. Jest stosowany do ilościowej oceny wydajności maszyn oraz linii produkcyjnych (Furman, 2014).

Wskaźnik OEE jest wypadkową trzech podrzędnych wskaźników takich jak dostępność, wykorzystanie/wydajność oraz jakość. OEE jest nieodłącznie związany

z czasem, gdyż to właśnie czas podstawiamy do wzoru i to straty czasu muszą zostać zdiagnozowane i wyeliminowane.

Trzy podrzędne wskaźniki OEE można zdefiniować następująco (Carmen Ng Corrales i in., 2020):

- dostępność: czy maszyna działa czy nie?
- wydajność: jak szybko działa maszyna?
- jakość: ile produktów spełniło wymagania?

Składowa dostępności (1) określa stosunek czasu dostępnego do czasu zamówionego (całkowitego czasu produkcji). Czas dostępny rozumiany jest jako czas zamówiony pomniejszony o straty wynikające z przestoju spowodowanych awariami bądź regulacjami (Phanindra Kshatra i in., 2020).

$$\text{Dostępność} = \frac{\text{czas operacyjny} - \text{czas strat dostępności}}{\text{czas operacyjny}} \quad (1)$$

Wydajność (2) mierzy straty prędkości wynikające z niewielkich przestoju oraz spadków prędkości. Innymi słowy jest to zdolność maszyny do pracy w standardowym tempie. W ocenie wydajności pracy maszyny kluczowe jest zdefiniowanie normatywnego czasu cyklu (Wirkus i Kukułka, 2015; Janisz i Liszka, 2018).

$$\text{Wydajność} = \frac{\text{liczba wykonana} \cdot \text{normatywny czas cyklu}}{\text{czas operacyjny} - \text{czas strat na dostępności}} \quad (2)$$

Natomiast jakość (3) określa straty spowodowane przez powstałe wadliwe sztuki niezgodne ze specyfikacją. Jest to stosunek liczby prawidłowo wykonanych sztuk do wszystkich wyprodukowanych.

$$\text{Jakość} = \frac{\text{liczba wykonana} - \text{liczba sztuk niezgodnych}}{\text{liczba wykonana}} \quad (3)$$

OEE jest obliczany według wzoru (Mansur i in., 2016):

$$\text{OEE} [\%] = \text{dostępność} \cdot \text{wydajność} \cdot \text{jakość} \cdot 100\% \quad (4)$$

Jak można zauważyć, wskaźnik OEE jest nierozzerwalnie związany z czasem. To czas jest tym, co podstawiamy do wzoru. Tak naprawdę nawet strata jakości to strata czasu, ponieważ maszyna zmarnowała zasoby na wykonanie wadliwego produktu. Niezależnie od tego, czy maszyna wykonała dobry czy zły produkt – musiała ona poświęcić czas na jego produkcję.

OEE bez wątpienia stał się standardem pomiaru efektywności wykorzystania sprzętu stosowanym w przedsiębiorstwach produkcyjnych. Światowym standardem jest wskaźnik OEE na poziomie 85%, natomiast wynik oscylujący w granicach 60% jest uważany za pożądany. Niski poziom wskaźnika OEE jest natomiast jedynie informacją o dużym potencjale do doskonalenia dla przedsiębiorstwa (Furman, 2014).

### 3. Efektywność wykorzystania maszyny w ciągu tygodnia roboczego w przedsiębiorstwie X – studium przypadku

W badanym studium przypadku analizie poddano maszynę – automat zagniatający z obsługą do czterech stacji obróbczych. Maszyna stosowana jest w przemyśle elektrycznym w produkcji wiązek elektrycznych.

#### 3.1. Przebieg analizy

W wyniku przeprowadzonych badań dotyczących całkowitego wykorzystania maszyny produkcyjnej zebrano niezbędne dane umożliwiające obliczenie zarówno poszczególnych wskaźników podrzędnych (dostępności, wykorzystania oraz jakości), jak i wskaźnika wynikowego OEE. Dane zbierano przez okres jednego tygodnia badawczego (tab. 1). Przed przystąpieniem do badań poczyniono założenia (Popielarz i Knop, 2018):

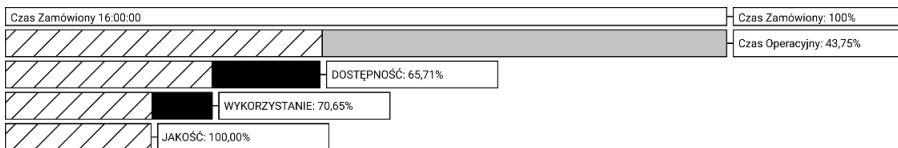
- czas zamawiany to czas dwóch zmian roboczych (16 h);
- postoje planowane to czas postojów podczas dwóch zmian (przerwy śniadaniowe, planowane przerwy konserwacyjne, brak zamówień);
- czas przebrożeń to czas potrzebny na zmianę materiału lub aplikatora (przyjęto, że czas poświęcony na przebrożenia nie jest stratą);
- postoje nieplanowane to czas przestojów, które są spowodowane zdarzeniami takimi jak awaria czy wydłużony czas przezbierania maszyny;
- efektywny czas pracy to czas przeznaczony na pracę;
- liczba braków (szt.) to liczba wyrobów niezgodnych z wymaganiami;
- liczba sztuk wyprodukowanych oznacza sztuki wyprodukowane podczas dwóch zmian roboczych;
- ze względu na różnorodność produkcji i produkowanych wyrobów przyjęto stały średni normatywny czas cyklu według wydajności akordowej równej 2000 szt./h.

Poziom efektywności wykorzystania badanej maszyny mierzony wskaźnikiem OEE w badanym okresie oscylował w zakresie wartości 46–83% (rys. 1–5). Największy spadek wartości wskaźnika OEE odnotowano w pierwszym dniu pracy – 46% (rys. 1), co było spowodowane wydłużonym czasem przezbierania maszyny i trudnościami z prawidłowym ustawieniem parametrów procesu i było przyczyną niskiej dostępności w dniu pierwszym. Na trudności te wpłynęło rozpoczęcie produkcji seryjnej dla nowego wyrobu, a tym samym uczenie maszyny nowych danych metodą prób i błędów. Na niską wartość wskaźnika podrzędnego dostępności w dniu pierwszym wpływ miały jedynie wydłużone planowane przestoje. Tymczasem planowane przerwy w produkcji takie jak przerwy wypoczynkowe, przebrożenia maszyn w założonym czasie, a także brak zleceń nie są stratą. Wskaźnik OEE mówi o realnych problemach z wykorzystaniem i eksploatacją maszyn. Zaplanowana praca maszyny w ciągu jednej, a nie dwóch zmian roboczych to w żadnym wypadku nie jest problem maszyny czy operatora, a to właśnie ich pracę opisuje wskaźnik OEE.

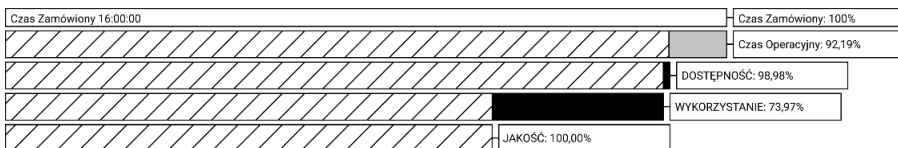
Tabela 1

Zebrane dane do wyznaczenia współczynnika wynikowego OEE

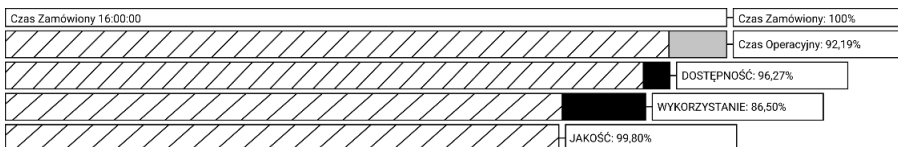
Oznaczenie	Składowe	Jednostka	Wzór	I dzień	II dzień	III dzień	IV dzień	V dzień
A	<b>dostępny czas pracy</b>	min	–	960	960	960	960	960
B	planowane przestoje		$B1 + B2 + B3$	540	75	75	45	75
B1	przerwy wypoczynkowe		–	30	30	30	30	30
B2	przebrożenia maszyn		–	30	45	45	15	45
B3	brak zleceń		–	480	0	0	0	0
C	<b>czas operacyjny</b>		$A - B$	420	885	885	915	885
D	straty na dostępności		$D1 + D2$	144	9	33	1	1
D1	awarie		–	0	0	33	0	0
D2	wydłużone planowane przestoje		–	144	9	0	0	1
E	<b>czas pracy brutto</b>		$C - D$	276	876	852	914	884
F	współczynnik dostępności	%	$\frac{E}{C} \cdot 100\%$	66	99	96	100	99,89
G	liczba wytworzonych wyrobów	szt.	–	6500	21 601	24 550	17 300	24 101
H	normatywny czas cyklu	$\frac{\text{min}}{\text{szt.}}$	–	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03
I	nominalne obciążenie	min	$G \cdot H$	195	648,03	736,5	519	723,03
J	<b>współczynnik wydajności</b>	%	$\frac{I}{E} \cdot 100\%$	71	74	86	57	82
K	liczba błędnie wykonanych wyrobów	szt.	–	0	0	50	0	0
L	liczba poprawnie wytworzonych wyrobów		$G - K$	6500	21 601	24 500	17 300	24 101
M	<b>współczynnik jakości</b>	%	$\frac{L}{G} \cdot 100\%$	100	100	99,80	100	100
<b>OEE</b>			$F \cdot J \cdot M$	<b>46</b>	<b>73</b>	<b>83</b>	<b>57</b>	<b>82</b>



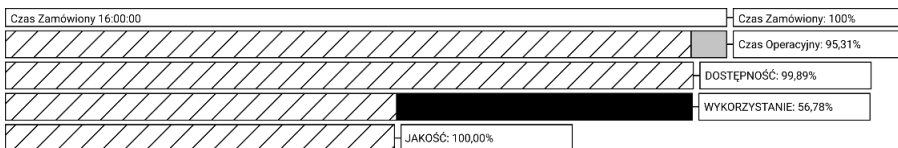
Rys. 1. Całkowite wykorzystanie maszyny w dniu I



Rys. 2. Całkowite wykorzystanie maszyny w dniu II



Rys. 3. Całkowite wykorzystanie maszyny w dniu III



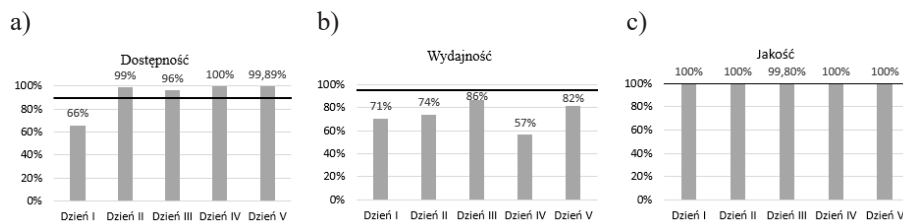
Rys. 4. Całkowite wykorzystanie maszyny w dniu IV



Rys. 5. Całkowite wykorzystanie maszyny w dniu V

Najniższą wydajność (57%) odnotowano w dniu IV (rys. 4), co najprawdopodobniej jest spowodowane produkcją wyrobu o większym stopniu skomplikowania i przyjęciem stałego, średniego normatywnego czasu cyklu według wydajności akordowej równej 2000 szt./h, bez rozróżnienia na stopień trudności produkowanych wyrobów. Powyższe przyczyny spadków wartości wskaźników podrzędnych są w pełni zrozumiałe i nie powinny przesądzać o rzeczywistych wartościach efektywności analizowanego procesu. Dla pełnego obrazu wykorzystania maszyny należałoby wykonać pomiar efektywności maszyny podczas produkcji wyrobów w pełni wdrożonych w system produkcji seryjnej.

Analizowana maszyna osiąga współczynnik jakości na poziomie światowym (rys. 6c). Na brak powstających niezgodnych sztuk mają wpływ wysokie kompetencje techników utrzymania ruchu, jak również system z pamięcią danych dla wprowadzanych do maszyny parametrów procesu (zgodnie z metodyką zapobiegania nieumyślnym błędom – *poka yoke*). Jest to jedno z najbardziej zautomatyzowanych urządzeń w badanym przedsiębiorstwie, niewymagające pełnego nadzoru i obecności operatora podczas pracy.

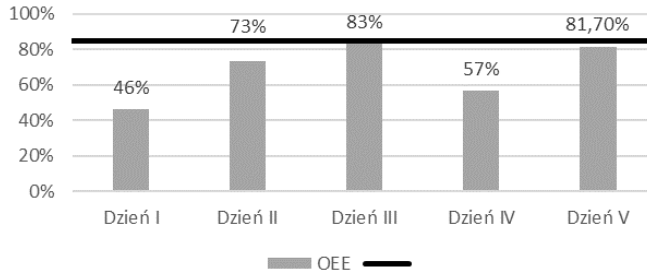


**Rys. 6.** Zestawienie wskaźników podrzędnych w ciągu tygodnia badawczego:  
a) dostępności; b) wydajności; c) jakości

W badanym tygodniu roboczym powstało jedynie 50 sztuk niezgodnych wyrobów. Mimo że nie wpływa to znacząco na wskaźnik OEE, który wciąż osiąga wartość na poziomie światowym, to przy tak wysokim stopniu automatyzacji maszyny oraz specyfiki materiałowej produkowanego wyrobu generuje dla przedsiębiorstwa wysokie koszty w skali tygodnia roboczego, jak również stwarza ryzyko niewykania niezgodności, co wiąże się z dodatkowymi kosztami segregacji czy reklamacji ze strony klienta. W badanym okresie nie stwierdzono awarii urządzenia, dlatego do pełnego obrazu przyczyny powstania niezgodności należy przeprowadzić kompletną analizę procesu produkcji oraz stosowanego materiału przy użyciu narzędzi jakościowych. Porównanie osiągniętych wyników wskaźników podrzędnych OEE w ciągu tygodnia badawczego z poziomem światowym przedstawiono na rysunku 6.

Średnia wartość OEE w badanym tygodniu roboczym wynosi 68% (rys. 7), co według literatury (Chand i Shirvani, 2000) jest wynikiem zadowalającym, jednak stanowi bazę do wyznaczenia celów na przyszłość dla organizacji. Analizowane przedsiębiorstwo nie określa normatywnego czasu cyklu dla wszystkich wyrobów, różnych pod względem skomplikowania i trudności wykonania. Jest to pole do doskonalenia dla przedsiębiorstwa, gdyż w wyniku tego uproszczenia uzyskany wynik badań jest obciążony błędem zaniżającym znacząco wartość wskaźnika podrzędnego wydajności.

Konieczność dostosowania wskaźnika OEE do charakterystyki produkcji przedsiębiorstwa zauważono podczas pomiarów efektywności wykorzystania maszyn w zakładzie produkcyjnym X. Uzyskane wartości wskaźnika OEE nie odzwierciedlają faktycznego stanu efektywności wykorzystania maszyny w całym tygodniu roboczym, jedynie prezentują całościowy obraz przybliżonego efektywnego wykorzystania, który w kolejnym tygodniu, przy przyjętych założeniach, może się znacząco zmienić w zależności od produkowanych wyrobów.



Rys. 7. Całkowite wykorzystanie maszyn w ciągu tygodnia roboczego

Pełne wykorzystanie OEE dla badanego przedsiębiorstwa polegać będzie na wprowadzeniu wskaźnika indywidualnie dla każdej maszyny produkcyjnej oraz zdefiniowaniu normatywnego czasu cyklu dla każdego produkowanego wyrobu (około 2000 różnych typów produktów), które należy sklasyfikować w podgrupy w zależności od stopnia trudności i charakterystyki materiałowej.

#### 4. Wnioski

Osoby odpowiedzialne za zarządzanie poszukują skutecznych wskaźników, które pozwolą na identyfikację obszarów biznesowych wymagających poprawy, określenie kolejności działań usprawniających oraz monitorowanie efektów i trwałości wdrożonych działań. Pomimo że wskaźnik OEE odnosi się do maszyn, wskazuje także problemy związane z organizacją pracy ludzi i całego procesu oraz gospodarką materiałową. Czynniki jakości ma istotny wpływ na wskaźnik OEE. Jakość (oprócz czynnika jakości) wpływa także na wskaźnik podrzędny wydajności, gdyż obniża liczbę wytworzonego produktu w jednostce czasu.

Drogą do poprawy uzyskanych wyników oraz efektywnego wykorzystania analizy OEE w badanym przedsiębiorstwie jest szczegółowa identyfikacja wszystkich rodzajów strat występujących w procesie produkcji oraz ich przyczyn. Niezbędne jest również zróżnicowanie wyrobów pod względem trudności i oszacowanie normatywnego czasu cyklu dla każdego z nich. Obliczenia prowadzone z uwzględnieniem tych wpływów odzwierciedlać będą rzeczywiste wykorzystanie czasu pracy analizowanej maszyny.

#### Literatura

Carmen Ng Corrales L. del, Lambán M.P., Korner M.E.H., Royo J., 2020: *Overall Equipment Effectiveness: Systematic Literature Review and Overview of Different Approaches*, Applied Sciences, vol. 10, iss. 18, 6469.



- Chand G., Shirvani B., 2000: *Implementation of TPM in cellular manufacture*, Journal of Materials Processing Technology, vol. 103, iss. 1, s. 149–154.
- Furman J., 2014: *Wdrażanie wybranych narzędzi koncepcji lean manufacturing w przedsiębiorstwie produkcyjnym*, [w:] Knosala R. (red.), *Innowacje w zarządzaniu i inżynierii produkcji*, t. 1, Oficyna Wydawnicza Polskiego Towarzystwa Zarządzania Produkcją, Opole, s. 247–256.
- Janisz K., Liszka M., 2018: *Analiza efektywności wykorzystania maszyny na wybranej linii produkcyjnej*, [w:] Knosala R. (red.), *Innowacje w zarządzaniu i inżynierii produkcji*, t. 2, Oficyna Wydawnicza Polskiego Towarzystwa Zarządzania Produkcją, Opole, s. 516.
- Lipiak J., Ejsmont K., 2016: *Problematyka obliczania wskaźnika OEE dla maszyn fleksograficznych – studium przypadku*, [w:] Knosala R. (red.), *Innowacje w zarządzaniu i inżynierii produkcji*, t. 2, Oficyna Wydawnicza Polskiego Towarzystwa Zarządzania Produkcją, Opole, s. 594.
- Mansur A., Rayendra R., Mastur M.I., 2016: *Performance Acceleration on Production Machines Using the Overall Equipment Effectiveness (OEE) Approach*, [w:] *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, vol. 105: *International Conference on Engineering and Technology for Sustainable Development (ICET4SD) 2015*, 012019.
- Phanindra Kshatra D., Ratna Prasad Paladagu, Praneeth Inturi, Sree Vishnu G., Badrinath V.S.V.S., 2020: *Calculation and improving the Overall Equipment Effectiveness for Textile Industry Machine*, International Journal of Emerging Trends in Engineering Research, vol. 8, no. 9, s. 6085–6090.
- Popielarz M., Knop K., 2018: *Ocena efektywności wykorzystania linii produkcyjnej sprzętu AGD z wykorzystaniem wskaźnika OEE*, *Archiwum Wiedzy Inżynierskiej*, t. 3, nr 2, s. 15–18.
- Wirkus M., Kukułka A., 2015: *Obliczanie składowej jakości OEE przy wielu operacjach technologicznych*, *Zarządzanie Przedsiębiorstwem*, nr 2, s. 40–47.

## OEE EFFICIENCY INDICATOR IN A NEST PRODUCTION SYSTEM

**Summary:** The study presents the OEE (overall equipment effectiveness) indicator in relation to the quantitative assessment of production efficiency. OEE presents the use of machine working time as a percentage. OEE consists of three parameters: availability, performance and quality. Important the sub-indicator is “quality” and its impact on OEE indicator value. Poor quality causes a drop in sales of products, affects efficiency and reduces the effective machines working time. Improvement of the performance causes an increase in the efficiency of production. It is possible to increase the production efficiency without increasing the expenses by actions reducing the number of non-conforming products.

**Keywords:** production efficiency, quality, machine working time



# WADY I ZALETY UŻYTKOWANIA SAMOCHODÓW OSOBOWYCH W ZALEŻNOŚCI OD STOSOWANEGO NAPĘDU<sup>1</sup>

Andrzej JAMRÓZ\*, Mikołaj WIKTOR

\* AGH Akademia Górniczo-Hutnicza w Krakowie, Wydział Zarządzania, Katedra Zarządzania Przedsiębiorstwem

**Streszczenie:** Rynek motoryzacyjny jest jedną z gałęzi przemysłu, która w dużym stopniu przyczynia się do emisji zanieczyszczeń do otoczenia. W rozdziale przedstawiono różnego rodzaju źródła napędu stosowane we współczesnej motoryzacji. Skupiono się przede wszystkim na napędach hybrydowych i elektrycznych, które coraz częściej są wybierane przez użytkowników i prawdopodobnie będą przyszłością motoryzacji. Niektórzy kupują samochody elektryczne lub hybrydowe, kierując się względami ekologicznymi. Dla wielu jest to kwestia mody lub podkreślenia swojego wysokiego statusu społecznego. Na pewno nikt nie kupuje ich ze względu na niską cenę. Zwykle są dwukrotnie droższe od bliźniaczych konstrukcji spalinowych. Nie wnikając w motywy, jedno jest pewne – elektromobilność coraz bardziej się rozwija. Celem publikacji było porównanie wad i zalet samochodów o różnych źródłach napędu, które umożliwi podjęcie świadomej decyzji zakupowej przez potencjalnego użytkownika.

**Słowa kluczowe:** samochód osobowy, napęd, silnik spalinowy, hybryda, hybryda *plug-in*, mikrohybryda

## 1. Wprowadzenie

W dzisiejszych czasach coraz częściej mówi się o pogarszającej się kondycji środowiska naturalnego i zmianach klimatycznych. Od dłuższego czasu ludzkość boryka się z niekontrolowanymi rosnącymi stertami odpadów, stale zwiększa się stopień zanieczyszczenia powietrza, a każdego roku wymierają kolejne gatunki zwierząt.

Rynek motoryzacyjny jest jedną z gałęzi przemysłu, która w dużym stopniu przyczynia się do emisji zanieczyszczeń, które trafiają do naszego otoczenia. Na drogach poruszają się setki milionów samochodów, a ich liczba z każdym rokiem wzrasta. Przeciętne auto osobowe składa się z setek kilogramów metali, tworzyw sztucznych, szkła, olejów i płynów, które nieodpowiednio zagospodarowane stwarzają poważne

---

<sup>1</sup> Wydanie publikacji zostało sfinansowane przez Akademię Górniczo-Hutniczą im. Stanisława Staszica w Krakowie (subwencja na utrzymanie i rozwój potencjału badawczego).

zagrożenie dla środowiska. Ponadto silniki spalinowe emitują duże ilości trujących gazów i pyłów, które następnie trafiają do atmosfery. Według normy na rok 2020 emisja dwutlenku węgla nie może przekroczyć 95 g/km (*Rozporządzenie Parlamentu Europejskiego i Rady (UE) 2019/631 z dnia 17 kwietnia 2019 r. ...*). Każdy gram ponad normę ma kosztować koncerny motoryzacyjne 95 euro pomnożone przez liczbę sprzedanych egzemplarzy.

Na rynku dostępne są pojazdy o alternatywnych sposobach napędu, takie jak hybrydy, auta zasilane ogniwami paliwowymi czy typowe elektryczne. Powszechnie uważa się je za bardziej przyjazne środowisku niż tradycyjne samochody, które do poruszania się wykorzystują moc powstałą w wyniku spalania paliw ciekłych. Zapominamy jednak, że prąd zasilający motory elektryczne w wielu wypadkach powstaje w elektrowniach, które również generują ogromne ilości zanieczyszczeń. Wiadomo, że popyt jest głównym czynnikiem oddziałującym na wielkość podaży na każdym rynku. Aby ułatwić podjęcie świadomej decyzji przez nabywcę (konsumenta), zwłaszcza tego o postawie ekologicznej, należy dostarczyć mu najbardziej wyczerpujących informacji dotyczących przedmiotu planowanego zakupu. Niniejsze opracowanie powinno ułatwić mu podjęcie właściwej decyzji, zgodnie z własnymi przekonaniem i oczekiwaniami.

## **2. Budowa i sposób działania silników stosowanych we współczesnych samochodach osobowych**

### **2.1. Tłokowe silniki spalinowe i podział spalinowych jednostek napędowych**

Silniki spalinowe od samego początku masowej produkcji samochodów zdominowały rynek motoryzacyjny na dziesięciolecie. Zaletą tych motorów jest stosunkowo prosta konstrukcja, w dużej mierze oparta na współdziałaniu różnych układów mechanicznych, dzięki czemu eksploatacja oraz serwisowanie nie należą do skomplikowanych czynności. Kolejną mocną stroną takich jednostek napędowych jest możliwość uruchomienia ich w prawie każdych warunkach, a także bardzo krótki czas osiągnięcia gotowości do pracy. Dzięki temu samochód jest przyjazny dla użytkownika oraz sprawdza się w codziennym użytkowaniu. Nazwa tego typu silników wzięła się z procesu spalania, który jest istotą działania takich jednostek napędowych. W wyniku spalania w komorze cylindra mieszanki paliwowo-powietrznej wytwarzana jest energia cieplna oraz mechaniczna, która wykorzystywana jest do wprowadzenia kół samochodu w ruch. Ciepło emitowane jest na zewnątrz, a gorący gaz powstały w tej reakcji wydalaný jest przez układ wydechowy w postaci spalin.

Podział jednostek spalinowych jest dosyć rozbudowany, ale uwaga zostanie skupiona tylko na najważniejszych rodzajach i ich aspektach.

Pierwszym kryterium, według którego można podzielić jednostki spalinowe, jest liczba ruchów tłoka zwanych suwami w jednym cyklu pracy. Pod tym względem wyróżniamy silniki dwusuwowe i czterosuwowe. Te pierwsze, mimo bardzo prostej budowy oraz niskiej masy, nie są już obecnie stosowane w samochodach, ale pozostały domeną wielu motocykli i skuterów oraz kos i pił spalinowych. Przyczyną tego była głośna pra-

ca, a także niska sprawność, wynikająca z dużych strat energii w trakcie pracy. Pociągało to za sobą duże zużycie paliwa i znaczną emisję spalin, gdyż wraz z benzyną spalany był również olej. Z tego powodu to właśnie silniki czterosurowe są powszechnie stosowane we współczesnych samochodach. Charakteryzują się one bardziej skomplikowaną budową, ale przekłada się to na znacznie lepszą sprawność, co za tym idzie, samochód lepiej utrzymuje moc. Wpływa to również na obniżenie spalania oraz emisji spalin, dzięki czemu jest to bardziej ekologiczne rozwiązanie, spełniające normy środowiskowe.



Rys. 1. Podział tłokowych silników spalinowych

Źródło: Zajac (2018)

Współcześnie stosowane silniki mają budowę wielocylindrową. Im większa jest liczba komór, w których zachodzi spalanie mieszanki paliwowo-powietrznej, tym większą moc dany motor jest w stanie wygenerować. Najmniejsza liczba cylindrów spotykana w obecnie produkowanych samochodach to dwa, a największe jednostki mają ich szesnaście. Jednak silniki tłokowe nie różnią się między sobą jedynie liczbą cylindrów, ale również ich ułożeniem względem siebie. Pod tym względem w autach możemy spotkać najczęściej motory, w których cylindry są usytuowane w sposób rzędowy, widlasty lub przeciwwległy, inaczej przeciwsobny (typu bokser). W silnikach rzędowych tłoki ułożone są jeden za drugim, najczęściej w jednym rzędzie. Maksymalnie w takim układzie możemy umieścić sześć cylindrów. Większa ich liczba powoduje znaczne wydłużenie oraz przyrost masy całej jednostki, przez co staje się ona mniej praktyczna. Motory o większej liczbie tłoków mają budowę

widlastą, w której komory spalania ułożone są w dwóch rzędach, pod kątem do siebie na kształt litery „V”, lub w czterech, na kształt litery „W”. Kolejnym typem ułożenia jest bokser, czyli układ przeciwny. W tym ustawieniu zawsze występuje parzysta liczba cylindrów, które leżą na jednej wspólnej poziomej osi. Przewagą tego typu rozwiązania jest fakt, że takie jednostki są niższe od rzędowych i widlastych. Pozwala to na zamontowanie silnika w samochodzie bliżej podłoża, co obniża położenie środka ciężkości, a tym samym zwiększa przyczepność pojazdu do podłoża.

Kolejnym ważnym kryterium podziału silników spalinowych jest sposób, w jaki zachodzi proces zapłonu. Pierwszy typ to jednostki o zapłonie iskrowym, w których zapłon następuje dzięki iskrze wytworzonej przez świecę zapłonową. Takie motory mogą być zasilane przez paliwo ciekłe (benzynę) lub gaz, a dokładniej mieszaninę propanu i butanu, znaną jako LPG (*liquefied petroleum gas*). Silniki benzynowe możemy również podzielić ze względu na sposób, w jaki tworzona jest mieszanka zapłonowa. Dodanie paliwa do powietrza może nastąpić przez wtryskiwanie cieczy w sposób bezpośredni, czyli do komory cylindra, lub pośrednio, do kolektora dolotowego. W starszych typach silników mieszanie paliwa i powietrza mogło zachodzić również za pomocą gaźnika. W tym dodatkowym urządzeniu powstawała mieszanka, która następnie w określonej ilości trafiała do przestrzeni cylindra. Rozwiązanie to nie jest już stosowane. Zostało wyparte przez układy wtryskowe, które dzięki temu, że są sterowane komputerowo, dostosowują dawkę paliwa do chwilowych parametrów pracy jednostki napędowej, poprawiając jej wydajność.

Drugim typem silników są silniki o zapłonie samoczynnym. W tym wypadku zapłon nie następuje w wyniku iskry, a przez wtrysk paliwa do komory cylindra, w której znajduje się sprężone powietrze. Dzięki wysokiej temperaturze oraz wysokiemu ciśnieniu w momencie wtryskiwania paliwa następuje samozapłon. Te rodzaje silników nazywane są również wysokoprężnymi lub Diesla, ze względu na paliwo używane do jego zasilania, którym jest olej napędowy. Bardzo ciekawym, choć niepopularnym typem zapłonu, jest mieszanka obu powyższych rozwiązań, zapłon iskrowo-samoczynny. W takim silniku zapłon mieszanki paliwowo-powietrznej może zachodzić zarówno w sposób samoczynny, jak i iskrowy. Mazda jako pierwsza wprowadziła takie jednostki do produkcji seryjnej w 2018 roku. Celem było zmaksymalizowanie wydajności silnika oraz obniżenie spalania dzięki połączeniu najlepszych cech motorów wysokoprężnych i o zapłonie iskrowym. Paliwem zasilającym jest benzyna, która do cylindra wtryskiwana jest w dwóch etapach. W pierwszym do komory trafia komputerowo obliczona ilość paliwa, która jest bardzo zbliżona do granicy zapewniającej samozapłon mieszanki. Następnie, w kolejnym etapie, do komory trafia idealnie wyliczona porcja paliwa dla zapłonu iskrowego. Gdy do niego dojdzie, temperatura oraz sprężenie powietrza rosną, aż nastąpi samozapłon wcześniej dodanej, uboższej mieszanki. Koncepcja wciąż jest dopracowywana, aby stworzyć silnik o spalaniu jednostek wysokoprężnych, zachowujący osiągi motorów benzynowych, będący jednocześnie najbardziej ekologicznym spalinowym sposobem napędu.

Ze względu na sposób dostarczania powietrza do komory spalania możemy wyróżnić silniki wolnossące oraz doładowane. Te pierwsze do dostarczenia gazu wykorzystują różnicę ciśnień pomiędzy środowiskiem zewnętrznym a komorą spalania. Niższe ciśnienie w cylindrze powoduje, że powietrze zostaje zasane z otoczenia. Ideą silni-

ków doładowanych jest dostarczenie gazu do wnętrza obszaru zapłonu z ciśnieniem większym niż atmosferyczne. W tym celu stosuje się dodatkowe elementy, takie jak np. turbosprężarki. Dzięki nim dostarczane powietrze ma większe ciśnienie, więc do cylindra trafia go więcej w danej jednostce czasu niż w przypadku motorów wolnossących. Pociąga to za sobą wtryskiwanie większej ilości paliwa, dzięki czemu możliwe jest osiągnięcie większej mocy silnika w stosunku do motoru niedoładowanego. Wadą takiego rozwiązania może być szybsze zużywanie się podzespołów.

Wszystkie wymienione wyżej tłokowe silniki spalinowe charakteryzują się tym, że tłoki w cylindrach poruszają się ruchem posuwisto-zwrotnym. Ciekawym, wartym wspomnienia motorem, który został zastosowany w samochodach osobowych, jest rotacyjny silnik Wankla, w którym tłok ma kształt trójkąta i wykonuje ruch obrotowy w komorze cylindra, której z kolei kształt zbliżony jest do elipsy. Sama zasada działania łączy ze sobą elementy pracy dwusuwowych i czterosuwowych silników tłokowych. Ich największą zaletą były niewielkie rozmiary oraz wysoka sprawność, jednak przez niedopracowanie konstrukcji często okazywały się wadliwe. Ponadto cechowały się wysokim zużyciem paliwa oraz znaczną emisją spalin, przez co nie mogły spełniać norm ekologicznych.

## 2.2. Rozwój segmentu aut hybrydowych

Jednym z rozwiązań, które miało zastąpić zasilanie samochodów silnikami spalinowymi, było wykorzystanie układu hybrydowego, systemu łączącego ze sobą pracę tradycyjnego motoru spalinowego oraz elektrycznego. Zgodnie z definicją słowa „hybryda” jest to przedmiot bądź urządzenie składające się z różnych elementów, których działanie opiera się na innej zasadzie (*Słownik języka polskiego PWN*, b.d.). Użycie tego pojęcia w kontekście przemysłu motoryzacyjnego nie jest przypadkowe. Ogólnie ujmując, samochód hybrydowy to pojazd, który do poruszania się wykorzystuje zarówno silnik spalinowy, jak i jeden lub więcej silników elektrycznych. Głównym celem stworzenia samochodów hybrydowych było wykorzystanie najlepszych cech jednostek spalinowych i elektrycznych, aby stworzyć nowy, bardziej ekologiczny i ekonomiczny środek transportu. Obecnie jest to system, który można spotkać w modelach większości producentów samochodów. Pokazuje to, że takie rozwiązanie się sprawdza i znajduje szerokie grono nabywców. Na rynku można spotkać pojazdy hybrydowe ze spalinowymi silnikami zasilanymi zarówno benzyną, jak i olejem napędowym, współdziałające z jednym bądź kilkoma silnikami elektrycznymi.

Podobnie jak w przypadku tłokowych silników spalinowych również wśród hybryd istnieje wiele rodzajów. Biorąc pod uwagę kryterium **wplywu silnika elektrycznego na napęd samochodu**, możemy je podzielić na:

- mikrohybrydy (*micro hybrid*),
- łagodne hybrydy (*mild hybrid*),
- pełne hybrydy (*full hybrid*):
  - napędy hybrydowe o układzie szeregowym,
  - napędy hybrydowe o układzie równoległym,
  - napędy hybrydowe o układzie szeregowo-równoległym,
  - hybrydy *plug-in*.

W przypadku **mikrohybryd** silnik elektryczny nie jest wykorzystywany do napędzania samochodu. Pełni on rolę alternatora oraz rozrusznika, może napędzać wał korbowy w momencie, gdy kierowca chce uruchomić silnik, natomiast podczas jazdy służy jako generator prądu odzyskujący energię – gdy kierowca zwalnia lub hamuje, silnik zamienia energię w prąd do ładowania akumulatora.

**Łagodna hybryda** jest bardziej skomplikowana, ale nadal silnik elektryczny nie napędza samochodu samodzielnie. Pełni on jedynie rolę pomocniczą jednostki spalinowej, zaś jego zadaniem jest przede wszystkim odzyskiwanie energii podczas hamowania oraz wspomaganie silnika spalinowego podczas rozpędzania auta.

**Pełna hybryda** to najbardziej zaawansowane rozwiązanie, w którym silnik elektryczny pełni wiele ról. Może zarówno napędzać samochód, jak i wspomagać silnik spalinowy oraz odzyskiwać energię podczas hamowania.

Napędy hybrydowe różnią się między sobą również **pod względem sposobu połączenia ze sobą silnika spalinowego oraz elektrycznego**. Wśród samochodów o napędzie hybrydowym wyróżniamy jednostki o układzie szeregowym, równoległym, szeregowo-równoległym oraz *plug-in*.

Cechą charakterystyczną **szeregowego napędu hybrydowego** jest to, że silnik spalinowy nie jest bezpośrednio połączony z samym układem napędowym. Jego rolą jest napędzanie generatora prądu elektrycznego – jest to tzw. *range extender*. Za przekazywanie energii mechanicznej na koła pojazdu odpowiedzialny jest wyłącznie motor elektryczny (Bobytskyy, 2019). W układzie znajduje się również drugi silnik elektryczny, pełniący rolę generatora, oraz zespół akumulatorów. Gdy są one naładowane, do poruszania się pojazd wykorzystuje wyłącznie energię elektryczną zgromadzoną w bateriach, natomiast jednostka spalinowa jest całkowicie wyłączona. Tradycyjny silnik uruchamiany jest w sytuacji, gdy ilość prądu zgromadzona w akumulatorach nie wystarcza do samodzielnej pracy napędowej jednostki elektrycznej. Praca wykonywana przez działający silnik spalinowy napędza generator, który z kolei wytwarza energię elektryczną. Część prądu trafia bezpośrednio do motoru połączonego z kołami pojazdu, a reszta służy do uzupełnienia braków energii gromadzonej w akumulatorach. Do doładowywania źródeł prądu służą również dodatkowe systemy odzyskiwania energii. Najpopularniejszy z nich wykorzystuje do tego energię wydzielaną podczas hamowania pojazdu. Największą zaletą hybryd szeregowych jest to, że silnik spalinowy nie działa cały czas, a tylko w warunkach niedoboru energii elektrycznej. Dzięki temu udało się zredukować spalanie oraz emisję gazów będących produktem reakcji spalania. Dużą wadą hybryd szeregowych jest jednak stosunkowo duża masa własna pojazdu, ze względu na zastosowanie dwóch rodzajów silników oraz zestawu akumulatorów, co może mieć bezpośredni wpływ na osiągi samochodu.

W przeciwieństwie do układów szeregowych, w których rolę silnika napędowego pełni jednostka elektryczna, w **hybrydach równoległych** pełni ona jedynie rolę wspomagającą działanie silnika spalinowego. Ze względu na sposób współdziałania oraz połączenia obu jednostek możemy wyróżnić hybrydy równoległe z jednym sprzęgłem, o dwóch sprzęgłach oraz o rozdzielonych osiach (Bobytskyy, 2019). W pierwszym typie silnik spalinowy oraz elektryczny są ze sobą połączone na stałe i nie są w stanie pracować od siebie niezależnie. Głównym zadaniem motoru elektrycznego jest wspomaganie pracy silnika spalinowego na zasadzie rozrusznika, przez wprawianie w ruch



wału korbowego oraz odzyskiwanie energii emitowanej podczas hamowania pojazdu, która następnie posłuży do ładowania akumulatora. Jego zadaniem jest zasilanie pozostałych układów elektrycznych zamontowanych w pojeździe. Ilość odzyskiwanej energii jest stosunkowo niewielka, a dzieje się tak przez stałe połączenie obu jednostek, a konkretniej opór stawiany przez motor spalinowy. Przy zastosowaniu takiego układu działanie wyłącznie jednostki elektrycznej jest możliwe tylko przy bardzo niewielkich prędkościach. Jest to skutek trwałego sprzężenia z silnikiem spalinowym, którego wał korbowy porusza się razem z motorem elektrycznym (Rogała, 2019).

Równoległy układ hybrydowy o dwóch sprzęgłach, właśnie dzięki zastosowaniu sprzęgła oddzielającego silnik spalinowy oraz elektryczny, pozwala na ich pracę niezależnie od siebie. Samochód może poruszać się wyłącznie dzięki działaniu motoru elektrycznego, jednak nie może on wykorzystywać w pełni swojej mocy. Podobnie jak w układzie z jednym sprzęgłem pełni on funkcję rozrusznika jednostki spalinowej. W trakcie jazdy, gdy nastąpi konieczność uruchomienia silnika spalinowego, część mocy jednostki elektrycznej musi zostać przekazana do wprawienia w ruch wału korbowego. Również tutaj silnik elektryczny odzyskuje energię z hamowania w celu doładowania akumulatora. Dzięki brakowi stałego połączenia z jednostką spalinową ilość odzyskiwanej energii jest znacznie większa niż w układzie z jednym sprzęgłem, ponieważ nie ma strat energii związanych z generowanym przez niego oporem (Rogała, 2019).

Aby usprawnić napęd, często stosuje się hybrydy o rozdzielonych osiach. W tym układzie najczęściej jednostka spalinowa służy do napędzania osi przedniej pojazdu, natomiast elektryczna do zasilania osi tylnej. Takie rozwiązanie pozwala na wykorzystanie w pełni mocy generowanej przez motor elektryczny, który nie pełni już funkcji rozrusznika oraz może znacznie sprawniej odzyskiwać energię z hamowania. Silnik spalinowy ma swój własny rozrusznik oraz alternator, który uzupełnia zasoby prądu w akumulatorze zasilającym instalację elektryczną samochodu (Barański, b.d.). Można więc zauważyć, że budowa oraz działanie tego silnika jest bardzo zbliżona do tradycyjnych aut spalinowych. Równoczesne współdziałanie obu jednostek powoduje, że wszystkie cztery koła pojazdu się poruszają. Dzięki elektronicznemu sterowaniu jest możliwe zsynchronizowanie mocy przekazywanej na koła obu osi dla zapewnienia najlepszych możliwych osiągnięć. Pośród wszystkich typów jednostek hybrydowych ta charakteryzuje się największą sprawnością. Bardzo dużą zaletą jest również niewielka różnica w samej budowie takich hybryd w porównaniu do tradycyjnych pojazdów o napędzie spalinowym. Powoduje to obniżenie kosztów zarówno zaprojektowania takiego samochodu, jak i jego produkcji. Za wadę tego typu układów można uznać fakt, że w trakcie postoju silnik elektryczny nie jest w stanie doładowywać się energią akumulatora. Jednak większym negatywem mogą być zmienne właściwości jezdne pojazdu, w zależności od napędzanej osi. Samochody z napędem wyłącznie na przednią lub tylną oś różnią się pod względem prowadzenia i mogą zachowywać się inaczej na drodze (Rogała, 2019).

**Napęd hybrydowy o układzie szeregowo-równoległym**, nazywany również mieszanym, łączy ze sobą elementy układów szeregowych i równoległych (Bobytsky, 2019). W tym systemie moc generowana przez silnik spalinowy przenoszona jest bezpośrednio na koła, ale również, gdy jest to wymagane, transportowana do generatora wytwarzającego prąd zasilający akumulator oraz silnik elektryczny. Generator, będący jednym z dwóch silników elektrycznych układu, pełni również funkcję rozrusznika

jednostki spalinowej. Drugi motor elektryczny może napędzać koła samochodu w sposób samodzielny, odzyskując przy tym energię z hamowania, lub wspomagać swoją pracą jednostkę spalinową. W tym systemie zastosowano specjalną przekładnię planetarną, która koordynuje działanie obu jednostek napędowych, przekazując zsumowaną moc na koła (Barański, b.d.). Jej zadaniem jest również podział mocy generowanej przez silnik spalinowy w zależności od zapotrzebowania energetycznego. Gdy konieczne jest doładowanie akumulatora, część mocy generowanej przez jednostkę spalinową trafia do generatora, a reszta przeznaczona jest do wprowadzenia w ruch kół samochodu. Zastosowanie mieszanego napędu hybrydowego, dzięki połączeniu najlepszych cech systemu szeregowego i równoległego, sprawia, że samochód sprawdza się w każdych warunkach. Elementy układu szeregowego sprawdzają się przy niskich prędkościach w środowisku miejskim (Rogała, 2019), natomiast równoległego przy większych prędkościach na trasie. Wadą jest większy stopień skomplikowania hybryd mieszanych w stosunku do innych typów. Pociąga to za sobą wzrost ceny produkcji. Zastosowanie silnika spalinowego oraz dwóch silników elektrycznych zwiększa również masę pojazdu, co może odbić się na osiągnięciach lub właściwościach jezdnych.

**Hybrydy *plug-in***, oznaczane skrótem PHEV (*plug-in hybrid electric vehicle*), to samochody wyposażone w mieszany napęd hybrydowy, do którego dołożona została możliwość ładowania akumulatorów za pomocą zewnętrznego źródła energii. Zostało to zaadaptowane wprost z aut elektrycznych. Dzięki dołożeniu gniazda ładowania, możemy uzupełniać ilość zgromadzonego w akumulatorach prądu na postoju, nie angażując w to pracy układu hybrydowego. Zwiększa to zasięg, jaki może przebyć samochód, działając wyłącznie na silniku elektrycznym. Rozwiązanie to jest coraz częściej stosowane, ze względu na swą uniwersalność. Użytkownik takiego pojazdu może bowiem sam decydować o tym, czy chce jechać, wykorzystując wyłącznie silnik spalinowy, elektryczny czy oba na raz. Hybrydy *plug-in* cieszą się coraz większym zainteresowaniem konsumentów, w wyniku czego coraz więcej producentów samochodów osobowych decyduje się na wprowadzenie takich modeli do swojej oferty.

### **Elektryczne układy napędowe**

Dzięki postępowi technicznemu i dostępnym technologiom zastosowanie nowych systemów zasilania pojazdów na skalę masową stało się możliwe. Jedną z tych alternatyw stały się silniki elektryczne, które dzięki temu, że nie emitują spalin, miały być bardziej ekologiczne od jednostek spalinowych, a także tańsze, ponieważ na koszty eksploatacji nie wpływają wahania cen paliw.

Z zewnątrz samochód elektryczny w zasadzie nie różni się od auta spalinowego. Oba typy pojazdów oparte są na tej samej konstrukcji nadwozia, w każdym z nich można znaleźć te same elementy wyposażenia, również budowa oraz zasada działania większości systemów i układów mechanicznych niezwiązanych ściśle z napędem jest podobna. Wszystko po to, aby każdy samochód, niezależnie od zastosowanego silnika, mógł pełnić swoje funkcje. Podstawowa różnica pomiędzy autami elektrycznymi a spalinowymi pojawia się w sposobie generowania oraz przekazywania energii wykorzystywanej do wprowadzenia w ruch kół samochodu. Zamiast tłokowego silnika spalinowego zastosowana jest jednostka elektryczna, której źródłem energii nie jest spalanie paliwa, a prąd elektryczny.

Podział silników elektrycznych i układów napędowych jest bardzo rozległy, dlatego ich analiza zostanie ograniczona tylko do podstawowych informacji. Głównymi elementami, z których składa się elektryczny układ napędowy tego pojazdu, są trójfazowy silnik indukcyjny, przetwornik oraz zasilacz, czyli źródło prądu. Źródłem prądu są baterie litowo-jonowe, które magazynują prąd stały. Zanim energia elektryczna trafi do silnika, trafia do przetwornika, inaczej zwanego falownikiem. Jest to urządzenie sterujące, które nie tylko zmienia prąd stały na zmienny, ale również ma wpływ na częstotliwość oraz wartość maksymalną prądu, co wpływa bezpośrednio na obroty i moc silnika. Pomiedzy silnikiem a falownikiem znajduje się jednostopniowa skrzynia biegów. Wewnątrz niej znajduje się mechanizm różnicowy, który przez połączony z wałem wirnikiem system kół zębatach przekazuje jego obroty na koła. Ten system przekazywania mocy na koła jest znacznie uproszczony w porównaniu do mechanizmów zastosowanych w silnikach spalinowych. Dzięki falownikowi i elektronicznemu sterowaniu prądem dostarczanym do silnika samochód jest również dużo bardziej elastyczny i bardziej responsywny od pojazdów napędzanych tradycyjnymi jednostkami (Guziński i in., 2013).

Jednym z efektów ubocznych pracy układu z silnikiem elektrycznym jest wytwarzanie sporych ilości ciepła. Aby zapewnić długą żywotność oraz jak najlepszą wydajność akumulatorów, zastosowany jest specjalny układ chłodzenia, dzięki któremu temperatura otoczenia wokół baterii jest utrzymywana na optymalnym poziomie.

W przypadku silników spalinowych moc, czyli ilość pracy wykonanej w określonym czasie, najczęściej wyrażana jest w postaci koni mechanicznych (KM). Konie mechaniczne często zastępuje się watem ( $1 \text{ KM} = 0,74 \text{ kW}$ ).

W przypadku aut elektrycznych najważniejszymi parametrami są właśnie moc, wyrażana w kilowatach (kW), a także zasięg. Baterie zastosowane w pojazdach elektrycznych ładowane są przez podłączenie ich do zewnętrznego źródła prądu. W dzisiejszych czasach ładowanie aut elektrycznych można przeprowadzić nawet przez podłączenie go, za pomocą specjalnych przejściówek, do domowej sieci elektrycznej. Z takiej instalacji jesteśmy w stanie uzyskać moc rzędu 2,30–2,76 kW, a przy maksymalnym obciążeniu i zastosowaniu specjalnego gniazdka nawet 3,7 kW. Niestety taki sposób ładowania jest długotrwały i wydłuża się w zależności od maksymalnej pojemności baterii pojazdu. Z tego właśnie względu zaczęto tworzyć infrastrukturę złożoną z sieci specjalnych punktów ładowania, dostosowaną do współczesnych pojazdów elektrycznych. Najczęściej spotykane stacje ładowania dysponują mocą od 22 kW do 50 kW. Istnieją również stacje tzw. szybkiego ładowania, których moc wynosi 150 kW, a czas pełnego ładowania skraca się do około godziny. Mimo to wciąż trwa to znacznie dłużej niż tankowanie zwykłych samochodów spalinowych, dla których napełnienie baku jest kwestią kilku minut.

### **Samochody napędzane ogniwami paliwowymi**

Samochody napędzane ogniwami paliwowymi to tak naprawdę auta elektryczne, które na bieżąco wytwarzają energię zamiast czerpać ją z akumulatorów.

Ogniwa paliwowe (*fuel cells*) to urządzenia, które energię chemiczną paliwa i utleniacza zamieniają bezpośrednio w energię elektryczną. Wszystkie rodzaje ogniw paliwowych, w przeciwieństwie do tradycyjnych metod, generują elektryczność bez

spalania paliwa i utleniacza. Pozwala to na uniknięcie emisji szkodliwych związków, m.in. tlenków azotu, tlenków siarki, węglowodorów (powodujących powstawanie dziury ozonowej) oraz tlenków węgla. We współczesnych ogniwach paliwowych najczęściej wykorzystywanym paliwem jest wodór ( $H_2$ ), natomiast utleniaczem jest tlen ( $O_2$ ) dostarczany do urządzenia w czystej postaci lub wraz z powietrzem atmosferycznym. Nie oznacza to jednak, że w ogniwach paliwowych nie wykorzystuje się innych paliw. Obecnie trwają intensywne badania nad ogniwami zasilanymi bezpośrednio metanolem ( $CH_3OH$ ) i węglem (w różnych postaciach), paliwem może być również metan ( $CH_4$ ).

Niestety choć wodór jest jednym z najpopularniejszych pierwiastków na Ziemi, występuje on głównie w związkach chemicznych, przede wszystkim jako woda. Można pozyskać wodór z wody w procesie elektrolizy, ale niestety w proces ten trzeba włożyć znaczną ilość energii. Poszukuje się zatem i próbuje wykorzystać inne źródła wodoru. Stosując dodatkowe urządzenia, można oddzielić i wykorzystać wodór zawarty w różnych substancjach, np. w metanie, metanolu, etanolu, węglowodorach, biogazie itp. Interesująco zapowiada się możliwość wytwarzania wodoru z pomocą bakterii lub alg. Poza otrzymywaniem wodoru dodatkowy problem stanowi jego magazynowanie. Magazynowanie i transport wodoru wymaga uprzedniego sprężania do określonego ciśnienia lub sprowadzania do postaci ciekłej. Są to procesy bardzo energochłonne.

Zasada działania ogniwa polega na reakcji elektrochemicznej wodoru z tlenem, podczas której powstaje energia i ciepło, a jedynym produktem ubocznym jest woda. W samochodach cały proces zaczyna się od doprowadzenia wodoru z wysokociśnieniowego zbiornika do ogniwa. Równolegle dostarczane jest także sprężone powietrze. Skutkiem reakcji w ogniwie jest wytworzony prąd, który zamieniany jest na prąd zmienny i dostarczany do silnika elektrycznego odpowiadającego za trakcję.

Na rynku stosowane są różne typy ogniwa paliwowych, ale podstawowym kryterium podziału jest temperatura ich pracy. Stąd **wersje nisko- i wysokotemperaturowe**. Temperatura pracy tych pierwszych wynosi ok. 250 stopni Celsjusza, drugich ok. 600 stopni. Z racji parametrów pracy w **motoryzacji stosowane są wersje niskotemperaturowe**, które nie wymagają stosowania termoodpornych materiałów, ale do ich zasilania niezbędny jest wodór o najwyższej klasie czystości. Ogniwa paliwowe charakteryzują się wysoką sprawnością energetyczną, dlatego wielu producentów pojazdów w nich upatruje źródło zasilania aut przyszłości. Jedyne istotne wady to wysoki koszt ich wytworzenia oraz konieczność istnienia infrastruktury – sieci stacji tankowania wodorem, która już powstaje. W Europie jest ponad 150 stacji wodorowych, a ta liczba będzie rosła coraz szybciej.

### 3. Podsumowanie i wnioski

Nie można jednoznacznie stwierdzić, który z napędów stosowanych w motoryzacji jest lepszy, a który gorszy. Każdy z nich ma swoje wady i zalety. Chociaż teoretycznie jest to oczywiste, każdy potencjalny klient ma swoje preferencje. Biorąc pod uwagę różne kryteria (ekonomiczne, ekologiczne, praktyczne), można podjąć decyzję o zakupie konkretnego pojazdu. Jeden kupujący wybierze diesla, bo nie interesuje go

ekologia, a daleki zasięg na jednym tankowaniu. Drugi ponad wszystko woli osiągi 12-cylindrowego benzyniaka, a trzeci jest eko i kupi elektryka. Tabela 1 przedstawia zbiorcze zestawienie poszczególnych rodzajów napędów oraz ich wady i zalety.

Tabela 1

Wady i zalety poszczególnych typów napędów stosowanych w motoryzacji

Typ	Zalety	Wady
Benzyna	stosunkowo prosta i tania konstrukcja, szybkie nagrzewanie jednostki, łatwość uruchomienia w różnych warunkach atmosferycznych	stosunkowo wysokie spalanie, zanieczyszczenie środowiska przez emisję m.in. tlenków azotu, tlenków siarki, węglowodorów
Diesel	niskie spalanie, wysoka elastyczność jednostki (zwłaszcza turbo), duża trwałość (przebiegi)	szkodliwość dla środowiska, emisja m.in. cząstek stałych, wolne nagrzewanie jednostki (dłuższa jazda ze zwiększoną emisją zanieczyszczeń), bardziej skomplikowana konstrukcja, wyższe koszty produkcji i w porównaniu z jednostkami benzynowymi, możliwość wystąpienia trudności z uruchomieniem w niskich temperaturach
Hybryda	niskie spalanie, większy zasięg, możliwość korzystania z dwóch różnych źródeł napędu	wysokie koszty produkcji, problem utylizacji zużytych akumulatorów, produkcja energii elektrycznej z nieodnawialnych źródeł, większa masa pojazdu (co najmniej dwa silniki), słaba infrastruktura ładowania
Ogniwa paliwowe	zero emisji zanieczyszczeń, wysoka sprawność energetyczna, cicha praca jednostki, w wielu krajach przywileje ekologiczne (np. brak opłat za parkowanie, jazda buspasem lub możliwość wjazdu do stref zamkniętych)	problem z magazynowaniem i transportem wodoru, brak infrastruktury tankowania
Napęd elektryczny	zero emisji zanieczyszczeń, cicha praca jednostki, w wielu krajach przywileje ekologiczne (np. brak opłat za parkowanie, jazda buspasem lub możliwość wjazdu do stref zamkniętych)	wysokie koszty produkcji, problem utylizacji zużytych akumulatorów, produkcja energii elektrycznej z nieodnawialnych źródeł, słaba infrastruktura ładowania

Samochody elektryczne stanowią dobrą alternatywę dla tradycyjnych pojazdów spalinowych, jednak aby można było nazwać je ekologicznymi, muszą zająć zmiany w procesach ich projektowania oraz wytwarzania. Dotyczy to również produkcji prądu. Zwiększająca się liczba elektryków na ulicach pociąga za sobą drastyczny wzrost zapotrzebowania na energię elektryczną, dlatego bardzo ważne jest, aby każde państwo dążyło do zastąpienia elektrowni konwencjonalnych placówkami, które będą

wytwarzać prąd, korzystając z ekologicznych źródeł odnawialnych. Ma to kluczowe znaczenie z perspektywy ochrony środowiska. Takie zmiany muszą zostać wprowadzone, aby zapobiec nieodwracalnym zmianom klimatu i zapewnić bezpieczną przyszłość kolejnym pokoleniom.

Jak już wspomniano we wstępie, największą przeszkodą, w rozwoju elektromobilności (przynajmniej w Polsce) jest bariera finansowa. Rządy kolejnych państw próbują zachęcić swoich obywateli do przesiadki z aut spalinowych na hybrydowe lub elektryczne, wprowadzając dopłaty do zakupu. W Polsce również przewidziano takie dopłaty w wysokości do 35 000 zł i są to najwyższe dopłaty w Europie. Nie przynoszą one jednak spodziewanego efektu, gdyż dalej cena nowego samochodu elektrycznego jest za wysoka dla przeciętnego Polaka. Jednocześnie podniosły się głosy protestu niektórych środowisk, aby nie dopłacać do zakupu. Według nich powoduje to finansowanie ogromnych koncernów motoryzacyjnych, które zamiast inwestować w nowoczesne technologie, mogące obniżyć koszty produkcji, otrzymują dodatkowe finansowanie, nie robiąc nic.

Oprócz działań ogólnokrajowych podejmowane są również decyzje lokalne. Często właściciele aut elektrycznych mogą korzystać z tzw. buspasa, co umożliwia im szybszy przejazd i omijanie korków. Również zwolnienie z opłat parkingowych w centrach miast jest dużą zachętą finansową (zwłaszcza odkąd samorządy mogą same uchylać ich wysokość). Jednocześnie w dużych miastach wprowadzono zakaz wjazdu do centrum dla samochodów (co nie dotyczy aut elektrycznych). Słyną z tego miasta Europy Zachodniej (głównie w Niemczech), ale również w Polsce jest to coraz częściej spotykane zjawisko. Jeżeli komuś leży na sercu ekologia, to również zmniejszenie emisji zanieczyszczeń w miastach powinno mieć wpływ na decyzję zakupową. Oczywiście ograniczymy jedynie powstawanie smogu w mieście, bo energię elektryczną i tak wytwarzamy z węgla, ale zanieczyszczenia nie będą się koncentrowały w miejscu naszego zamieszkania.

Jeszcze na koniec kryterium ceny przejazdu 1 km samochodem elektrycznym. Pokonanie tej samej trasy jest kilka razy tańsze niż jazda samochodem spalinowym. Bardzo często spotykamy też darmowe punkty ładowania, wtedy koszt przejazdu wynosi zero. Ponadto prawie każdy, kto dysponuje garażem, ma możliwość samodzielnego naładowania swojego samochodu. Przy współczesnym trendzie inwestowania w fotowoltaikę można rzeczywiście cieszyć się jazdą przy minimalnych kosztach.

## Literatura

- Barański M., b.d.: *Rodzaje napędów hybrydowych*, WPe-autokult, <https://kdk.auto-kult.pl/26349,naped-hybridowy> [10.09.2020].
- Bobytskyy Y., 2019: *Badania i doniesienia naukowe ze świata Mechatroniki i Informatyki*, Uniwersytet Rzeszowski, Wydział matematyczno-Przyrodniczy, Rzeszów [praca dyplomowa].
- Guziński J.M., Adamowicz J., Kamiński J., 2013: *Układy napędowe pojazdów elektrycznych*, Automatyka, Elektryka, Zakłócenia, vol. 4, nr 3(13), s. 64–75.

- Rogala K., 2019: *Samochód hybrydowy. Zasada działania, rodzaje hybryd, przykłady aut*, Motofakty.pl, <https://www.motofakty.pl/artukul/samochod-hybrydowy-zasada-dzialania-rodzaje-hybryd-przyklady-aut-2str.html> [10.09.2020].
- Rozporządzenie Parlamentu Europejskiego i Rady (UE) 2019/631 z dnia 17 kwietnia 2019 r. określające normy emisji CO<sub>2</sub> dla nowych samochodów osobowych i dla nowych lekkich pojazdów użytkowych oraz uchylające rozporządzenia (WE) nr 443/2009 i (UE) nr 510/2011*, Dz.Urz. UE L 111/13.
- Słownik języka polskiego PWN*, b.d.: hasło: *hybryda*, <https://sjp.pwn.pl/sjp/hybryda;2560929.html> [10.09.2020].
- Zajac P., 2018: *Silniki pojazdów samochodowych. Budowa, obsługa, diagnostyka i naprawa*, Wydawnictwo Komunikacji i Łączności, Warszawa.
- Zieliński M., b.d.: *Nissan Leaf e+ : z większym akumulatorem daje to, co inni dopiero obiecują*, WPe-autokult, <https://e.autokult.pl/35427,nissan-leaf-e-2019-test-opinia-cena-zasieg> [17.10.2020].

## ADVANTAGES AND DISADVANTAGES OF USING PASSENGER CARS DEPENDING ON THE DRIVE USED

**Summary:** The automotive market is one of the industries which contributes significantly to the emission of pollutants that end in our environment. This chapter presents various types of drive used in modern automotive industry. The main emphasis was put on hybrid and electric drives which are increasingly being chosen by users and are likely to be the future. Some buy electric or hybrid cars for ecological reasons, for many it is a matter of fashion or prestige high social status demands. Certainly nobody buys them because they are cheap. They are usually twice as expensive as twin exhaust designs. Without considering the motives one thing is certain electromobility is developing more and more. The aim of the publication was to compare the advantages and disadvantages of cars with different drive, which will enable the potential user to make an informed purchasing decision.

**Keywords:** drive, engine, hybrid, hybrid *plug-in*, microhybrid





e-ISBN 978-83-66727-20-5  
ISBN 978-83-66727-19-9



9 788366 727199